4. Logaritmefunksjoner.

Vi har tidligere definert hva vi mener med *logaritmen* til et tall *x*:

Dersom $x = a^y$, sier vi at *y* er ***logaritmen til x med grunntall a*** og skriver $y = \log_a(x)$.

Vi merker oss at *y* er en funksjon av *x*. Dermed har vi faktisk definert en *logaritmefunksjon med a som grunntall* slik:

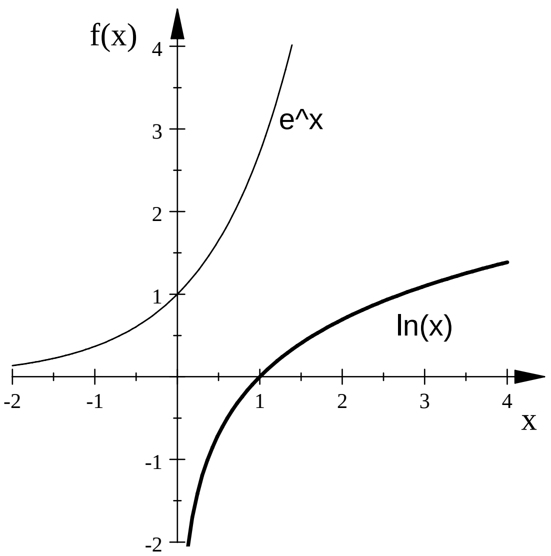
$$y = f(x) = \log_a(x) \text{ hvis og bare hvis } x = a^y \text{ der } a > 0.$$

I praksis sløyfer vi ofte parentesene rundt *x*-en dersom dette ikke fører til misforståelser.

Den aller vanligste logaritmefunksjonen har *e* som grunntall. Denne logaritmefunksjonen kaller vi ***den naturlige logaritmefunksjonen*** og skriver $y = f(x) = \ln(x)$. Vi skal nøye oss med å betrakte denne logaritmefunksjonen, siden enhver annen logaritmefunksjon med *a* som grunntall kan omformes til naturlige logaritmer ved hjelp av sammenhengene

$$f(x) = \log_a(x) = \log_a e \cdot \ln(x) = \frac{1}{\ln a} \cdot \ln(x).$$

Logaritmefunksjonen og eksponentialfunksjonen med samme grunntall er *inverse funksjoner*. Dette innebærer bl.a. at når du tegner grafen til en av funksjonene, får du automatisk grafen til den inverse funksjonen ved å la *x* og *y* "bytte rolle".



Dette illustreres i figuren til venstre, der grafene til $y = f(x) = e^x$ (tynn strek) og $y = f(x) = \ln(x)$ (tykk strek) er tegnet i samme koordinatsystem.

Av grafen og av definisjonen på logaritmefunksjon ser vi at:

- $y = \log_a(x)$ er kun definert for positive verdier av *x*.
- Når $0 < x < 1$, er $\log_a(x)$ negativ.
- $\log_a(1) = 0$ uansett verdi av *a*.