2. Polynomfunksjoner.

En funksjon av typen

$$f(x) = a_0 + a_1 x + a_2 x^2 + \cdots + a_n x^n$$

er et ***polynom i x av grad n***. Slike polynomfunksjoner er relativt greie å studere ved hjelp av derivasjon, og vi skal derfor ikke se på generelle egenskaper ved slike funksjoner ennå. Unntaket er ***førstegradspolynomer***, som vil skal se på nedenfor.

2.1. Lineære funksjoner.

2.1.1. Grafen til en lineær funksjon.

En spesiell polynomfunksjon forekommer så vanlig at vi skal se nærmere på den. Det er førstegradsgrads-polynomet:

$$y = f(x) = a_0 + a_1 x.$$

Her er a_0 og a_1 konstanter. Grafen til denne funksjonen blir ei rett linje, og vi sier gjerne at dette er en ***lineær funksjon*** eller at det er en lineær sammenheng mellom *x* og *y*.

Koeffisientene a_0 og a_1 har spesiell betydning:

- a_0 er ***skjæringspunktet med funksjonsaksen***. Dette ser du direkte fordi $y = a_0$ når $x = 0$.
- a_1 er ***stigningstallet til grafen***, og angir hvor mye funksjonsverdien *y* øker når *x* øker med 1.

Eksempel 2.1: Tegn grafen til disse funksjonene:

a) $y = f(x) = 2x - 1$, $x \in \mathbb{R}$.

b) $y = f(x) = 3 - x$, $x \in \mathbb{R}$.

Løsning:

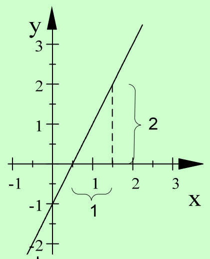
a)

Grafen til funksjonen

$$y = 2x - 1$$

er en rett linje som har stigningstall 2 og skjærer *y*-aksen når $y = -1$.

Grafen er tegnet til høyre.



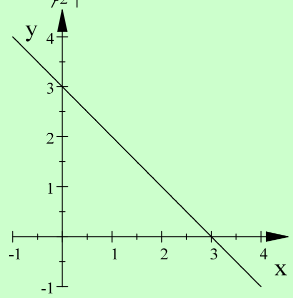
b)

Grafen til funksjonen

$$y = 3 - x = -1 \cdot x + 3$$

er en rett linje som har stigningstall -1 og skjærer *y*-aksen når $y = 3$.

Grafen er tegnet til høyre.



[Oppgave 2.1](#).

2.1.2. Ett- og to-punkts-formlene.

I praksis har vi ofte bruk for å finne a_0 og a_1 når vi kjenner stigningstallet til grafen og et punkt på grafen, eller når vi kjenner to punkter på grafen.

Anta at vi kjenner stigningstallet *k* og et punkt $(x_1,\ y_1)$. Siden punktet ligger på grafen, er

$$y_1 = k \cdot x_1 + a_0 .$$

For *ethvert* punkt (x, y) som ligger på grafen, er

$$y = k \cdot x + a_0 .$$

Vi kvitter oss med a_0 ved å trekke disse likningene fra hverandre, og får

$$y - y_1 = k(x - x_1) .$$

Dette er ***ettpunktsformelen*** for en rett linje.

Legg merke til at denne formelen fører til at dersom (x, y) og $(x_1,\ y_1)$ er to punkter på grafen, blir stigningstallet

$$k = \frac{y - y_1}{x - x_1} .$$

Dette kan vi benytte dersom vi kjenner to punkter $(x_1,\ y_1)$ og $(x_2,\ y_2)$ på linja. Da setter vi

$$k = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

slik at dersom (x, y) er et vilkårlig punkt på den rette linja gjennom disse punktene, blir formelen for denne rette linja

$$y - y_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}(x - x_1) .$$

Dette er ***topunkts-formelen*** for en rett linje.

Vi summerer opp:

Dersom vi kjenner to punkter $(x_1,\ y_1)$ og $(x_2,\ y_2)$ på ei rett linje, er stigningstallet

$$k = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} .$$

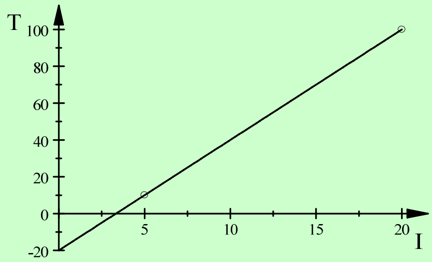
Likningen for linja er

$$y - y_1 = k(x - x_1) = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}(x - x_1) .$$

***Eksempel 2.2*:** En temperaturmåler gir ut en elektrisk strøm som mål for temperaturen. Du vet at når temperaturen er +10°C blir strømmen 5.00 mA, mens +100°C fører til en strøm på 20.0 mA. Dessuten vet du at det er lineær sammenheng mellom temperatur og strøm.
Sett opp en formel for temperaturen *T* uttrykt ved strømmen *I*.

Løsning: Tegner inn de gitte opplysningene i et koordinatsystem der strømmen *I* avsettes langs førsteaksen og temperaturen *T* avsettes langs andreaksen. Siden det er lineær sammenheng mellom *T* og *I*, har vi at:

$$T - T_1 = \frac{T_2 - T_1}{I_2 - I_1}\left(I - I_1\right).$$



Vi velger vilkårlig at punktet $(5.00, 10)$ svarer til (I_1, T_1) mens $(20.0, 100)$ svarer til (I_2, T_2) (vi kunne godt gjort det omvendt). Da får vi:

$$T - 10 = \frac{100-10}{20-5}(I-5) \quad \Leftrightarrow \quad T - 10 = \frac{90}{15}(I-5) = 6I - 30 \quad \Leftrightarrow \quad \underline{\underline{T = 6I - 20}}$$

Oppgave 2.2.

Neste funksjonstype er *brøkfunksjoner*.