5. Oversikt over optimeringsproblemer.

Vi skal nå gå i gang med *optimering av funksjoner av flere variable*, men vi skal i praksis kun behandle funksjoner av to variable. Vi skal først skaffe oss oversikt over hvilke typer optimeringsproblemer som kan forekomme. Deretter skal vi behandle disse typene etter tur.

Men aller først trenger vi et par definisjoner:

> (x_0, y_0) er et *maksimumspunkt* for en funksjon $f(x,y)$
> $\Updownarrow$ def.
> $f(x_0, y_0) \geq f(x,y)$ for alle tillatte punkt (x,y).
>
> Vi sier at $M = f(x_0, y_0)$ er en *maksimumsverdi* for f.

På samme måte definerer vi *minimumspunkt* og *minimumsverdi*:

> (x_0, y_0) er et *minimumspunkt* for en funksjon $f(x,y)$
> $\Updownarrow$ def.
> $f(x_0, y_0) \leq f(x,y)$ for alle tillatte punkt (x,y).
>
> Vi sier at $m = f(x_0, y_0)$ er en *minimumsverdi* for f.

Men hva mener vi med et "tillatt punkt"? Det kommer helt an på problemstillingen:

- Noen ganger har vi ingen begrensninger på hvilke verdier x og y kan ha. Da er alle reelle verdier av x og y tillatt, slik at alle mulige punkt (x,y) blir "tillatte punkt".

- Dersom f er definert innenfor et definisjonsområde D_f, blir alle punkt (x,y) som tilhører D_f "tillatte punkt".

- Men vi kan også kreve at vi kun holder oss langs fastlagte "stier" når vi beveger oss på grafen til f. Slike "stier" skal vi angi med *bibetingelser*. Da blir punkter som både ligger innenfor definisjonsområdet til f og samtidig tilfredsstiller bibetingelsen "tillatte punkt".

Definisjonene ovenfor gjelder kun for *absolutte (globale) maksimums- og minimumspunkter*. Men vi kan også ha *lokale* maksimums- og minimumspunkter. Du kan tenke deg slike lokale optimumspunkter som små "humper" og "dumper" på grafen til f. Men vi trenger en litt mer presis definisjon:

(x_0, y_0) er et *lokalt maksimumspunkt* for en funksjon $f(x, y)$
$\Updownarrow$ def.
Det eksisterer en omegn rundt (x_0, y_0) slik at
$$f(x_0, y_0) \geq f(x, y)$$
for alle tillatte punkt (x, y) innenfor denne omegnen.

Vi sier at $M = f(x_0, y_0)$ er en *lokal maksimumsverdi* for f.

Tilsvarende for *lokalt minimum*:

(x_0, y_0) er et *lokalt minimumspunkt* for en funksjon $f(x, y)$
$\Updownarrow$ def.
Det eksisterer en omegn rundt (x_0, y_0) slik at
$$f(x_0, y_0) \leq f(x, y)$$
for alle tillatte punkt (x, y) innenfor denne omegnen.

Vi sier at $m = f(x_0, y_0)$ er en *lokal minimumsverdi* for f.

Vi skal nå undersøke optimeringsproblemene i denne rekkefølgen:

1. Vi starter med problemer der x og y kan ha alle mulige verdier slik at f er definert over et ubegrenset område.

2. Så tar vi for oss problemer der x og y er forbundet gjennom en bibetingelse.

3. Til slutt tar vi for oss problemer der x og y er begrenset av et definisjonsområde.