4. Høyere ordens lineære differenslikninger.

Når du først kan løse lineære 2. ordens differenslikninger, er du også i stand til å løse høyere ordens lineære differenslikninger. De setningene vi har utledet foran, er fremdeles gyldige (med de modifikasjonene som må til fordi den karakteristiske likningen får høyere grad). Istedenfor å ramse opp teori skal jeg illustrere dette med et enkelt eksempel.

Eksempel 4.1: Løs differenslikningen

$$x_n = 3x_{n-1} - x_{n-2} + 3x_{n-3}.$$

Løsning: Den karakteristiske likningen blir

$$t^3 = 3t^2 - t + 3 \quad \Leftrightarrow \quad t^3 - 3t^2 + t - 3 = 0 \quad \Leftrightarrow \quad t^2(t-3) + (t-3) = 0$$

$$\Leftrightarrow \quad (t-3)(t^2+1) = 0$$

Røttene til den karakteristiske likningen blir da

$$t_1 = 3, \qquad t_2 = i = e^{\frac{1}{2}\pi i}, \quad t_3 = -i = e^{-\frac{1}{2}\pi i}.$$

Den generelle løsningen av differenslikningen blir

$$\underline{\underline{\{x_n\} = \left\{C_1 \cdot 3^n + C_2 \cdot \cos\left(n \cdot \tfrac{1}{2}\pi\right) + C_3 \sin\left(n \cdot \tfrac{1}{2}\pi\right)\right\}}}.$$

Dersom vi kjenner de tre første leddene i tallfølgen, kan vi bestemme C_1, C_2 og C_3.

Oppgave 4.1.