Oppgave 1:

a) $f(x) = 2x^2 - 3x + 1 \quad \Rightarrow \quad f'(x) = 2 \cdot 2x - 3 \cdot 1 + 0 = \underline{\underline{4x - 3}}$

b) $f(x) = (x^2 - 1)(x^3 - 2x)$

$$f'(x) = 2x \cdot (x^3 - 2x) + (x^2 - 1)(3x^2 - 2)$$
$$= 2x^4 - 4x^2 + 3x^4 - 2x^2 - 3x^2 + 2$$
$$= \underline{\underline{5x^4 - 9x^2 + 2}}$$

Alternativ:

$$f(x) = (x^2 - 1)(x^3 - 2x) = x^5 - 2x^3 - x^3 + 2x = x^5 - 3x^3 + 2x$$
$$f'(x) = 5 \cdot x^4 - 3 \cdot 3x^2 + 2 = \underline{\underline{5x^4 - 9x^2 + 2}}$$

c) $f(x) = \dfrac{x}{x^2 + 1}$

$$f'(x) = \frac{1 \cdot (x^2 + 1) - x \cdot (2x + 0)}{(x^2 + 1)^2} = \frac{x^2 + 1 - 2x^2}{(x^2 + 1)^2} = \underline{\underline{\frac{1 - x^2}{(x^2 + 1)^2}}}$$

d) $f(x) = x \cdot \sin x$

$$f'(x) = 1 \cdot \sin x + x \cdot \cos x = \underline{\underline{\sin x + x \cdot \cos x}}.$$

e) $f(x) = x^2 \cdot e^x$

$$f'(x) = 2x \cdot e^x + x^2 \cdot e^x = \underline{\underline{x(2 + x)e^x}}.$$

f) $f(x) = \dfrac{\ln x}{x^2}$

$$f'(x) = \frac{\frac{1}{x} \cdot x^2 + (\ln x) \cdot 2x}{(x^2)^2} = \frac{x + 2x \ln x}{x^4} = \frac{x(1 + 2\ln x)}{x^4} = \underline{\underline{\frac{1 + 2\ln x}{x^3}}} = \underline{\underline{\frac{1 + \ln(x^2)}{x^3}}}.$$

g) $f(x) = \sqrt{x} = x^{\frac{1}{2}}$.

$$f'(x) = \tfrac{1}{2} x^{\frac{1}{2} - 1} = \tfrac{1}{2} x^{-\frac{1}{2}} = \tfrac{1}{2} \frac{1}{x^{\frac{1}{2}}} = \underline{\underline{\frac{1}{2\sqrt{x}}}}.$$

Oppgave 2: Du må bl.a. bruke kjerneregelen for å derivere disse funksjonene:

a) $f(x) = e^{-2x} = e^u$ der $u = -2x$.

$$f'(x) = f'(u) \cdot \frac{du}{dx} = e^u \cdot (-2) = \underline{\underline{-2e^{-2x}}}.$$

b) $f(x) = x^2 \cdot \cos(2x)$

$$f'(x) = 2x \cdot \cos(2x) + x^2 \cdot (-\sin(2x)) \cdot 2 = 2x\cos(2x) - 2x^2 \sin(2x)$$
$$= \underline{\underline{2x(\cos(2x) - x\sin(2x))}}$$

c) $f(x) = \sqrt{x^2 + 4} = \sqrt{u} = u^{\frac{1}{2}}$ der $u = x^2 + 4$.

Benytter resultatet fra oppgave 1g) og får

$$f'(x) = \frac{1}{2\sqrt{u}} \cdot 2x = \underline{\underline{\frac{x}{\sqrt{x^2+4}}}}.$$

d) $$f(x) = \ln\left(x^3+2\right) = \ln u \text{ der } u = x^3+2.$$

$$f'(x) = \frac{1}{u} \cdot u' = \frac{1}{x^3+2} \cdot 3x^2 = \underline{\underline{\frac{3x^2}{x^3+2}}}.$$

Oppgave 3:

a) Vi vet at den deriverte er lik stigningstallet til grafen til funksjonen. Når $f'(x)$ er konstant lik $\frac{1}{2}$, betyr det at grafen må være en rett linje med stigningstall lik $\frac{1}{2}$.

b) Når $f'(x)$ er positiv for alle verdier av *x*, må funksjonen være voksende. Men når $f'(x)$ går mot null når *x* går mot uendelig, vil funksjonen nærme seg en konstant. Grafen vil derfor bli omtrent som vist nedenfor: