8. Elastisitet.

Når vi jobber med "legemer" i mekanikk, er det vanligvis underforstått at disse legemene ikke endrer form uansett hvilke påvirkninger de blir utsatt for. Vi snakker gjerne om "stive legemer". I virkeligheten endrer alle legemer form når de påvirkes av krefter. I dette lille kapitlet skal vi se litt på sammenhenger mellom slike påvirkninger og de formendringene (deformasjonene) som påvirkningene fører med seg.

8.1. Trykk.

8.1.1. Definisjon og måleenheter.

Vi definerer begrepet ***trykk*** slik:

Når en kraft $F_{\perp}$ virker vinkelrett på ei flate med areal *A*, er ***trykket*** *p* mot denne flata

$$p = \frac{F_{\perp}}{A}.$$

For å finne trykket i et *punkt*, tenker vi oss at punktet omgis av et *meget lite* areal *dA*. Dersom en kraft $dF_{\perp}$ virker vinkelrett på flata, er trykket mot den lille flata gitt ved

$$p = \frac{dF_{\perp}}{dA}.$$

Av denne definisjonen får vi at normalkraften som virker mot et lite flateelement *dA* er

$$dF_{\perp} = p\,dA.$$

Standardenheten for trykk er ***Pascal*** (Pa), der $1\text{Pa} = 1\,\text{N}/\text{m}^2$. Men mange andre trykkenheter er i bruk. Her er et lite utvalg:

- *Atmosfære* (atm): $1\text{atm} = 1.013 \cdot 10^5\,\text{Pa}$. Dette er det gjennomsnittlige trykket i jordas atmosfære ved havoverflaten.
- *Bar* og *millibar*: $1\text{ bar} = 1.000 \cdot 10^5\,\text{Pa}$, 1 millibar = 10^{-3} bar.
- *Psi* (Pound per Square Inch) er en gammel og seiglivet enhet som holder stand i mange ingeniør-miljøer. 1 psi = 6896Pa.

Når vi måler trykk i en beholder er det vanlig å angi hvor mye større trykket er i beholderen enn lufttrykket utenfor. Denne differansen kaller vi ***overtrykk***. Hvis trykket i beholderen er lavere enn trykket på utsiden, er overtrykket negativt. Det totale trykket i beholderen kalles gjerne ***absolutt trykk***.

Eksempel 8.1.1: En bil har masse 1500 kg. Vi antar at trykket mot underlaget er likt fordelt på de fire hjulene, og at hvert hjul har en berøringsflate med underlaget på $0.015\,\text{m}^2$. Hvor stort er gjennomsnittstrykket mot underlaget fra hvert hjul?

Løsning: Kraften mot underlaget er

$$G = mg = (1500\,\text{kg}) \cdot (9.81\,\text{m/s}^2) = 1.47 \cdot 10^4\,\text{N}.$$

Da blir gjennomsnittstrykket

$$p = \frac{G}{A} = \frac{1.47 \cdot 10^4\,\text{N}}{4 \cdot 0.015\,\text{m}^2} = \underline{\underline{2.45 \cdot 10^5\,\text{Pa}}}.$$

Eksempel 8.1.2: I brukerhandboka til en bil står det at lufttrykket i bakhjulene skal være $28\,\text{psi}$. Vi går ut fra at dette er overtrykk. Hvor stort er da det absolutte trykket i dekkene målt i Pa og målt i bar når lufttrykket utenfor er $1.00\,\text{atm}$?

Løsning: Det absolutte trykket i dekkene er

$$p = 28 \cdot 6896\,\text{Pa} + 1.013 \cdot 10^5\,\text{Pa} = \underline{\underline{2.94 \cdot 10^5\,\text{Pa}}} = \underline{\underline{2.94\,\text{bar}}}.$$

Oppgaver: 8.1.1, 8.1.2.

8.1.2. Trykkendring og volumtøyning.

Vi skal nå se hvordan et legeme endrer form når det utsettes for en endring av trykket. Vi skal begrense oss til faste stoffer og væsker, ikke gasser. Vi skal også forutsette at trykket er like stort over hele legemet.

Anta at volumet er V_0 ved et start-trykk p_0. Når trykket *øker* med en størrelse Δp, vil legemet presses sammen slik at volumet *minker* med en størrelse ΔV. Da viser eksperimenter at innenfor grensen for proporsjonalitet er

$$\Delta p = -B \cdot \frac{\Delta V}{V_0}.$$

Forholdet $\frac{\Delta V}{V_0}$ kalles gjerne ***volumtøyningen***, og B er ***kompresjonsmodulen*** som har benevning *Pascal*. Minustegnet skyldes at en øking i trykk vil gi en reduksjon i volum, slik at positiv Δp gir negativ ΔV.

Eksperimenter viser at for faste stoffer og væsker er B en materialkonstant. Verdier av B for noen faste stoffer kan du finne i tabellen i kapitel-sammendraget.

For gasser benytter vi en *tilstandslikning* når vi skal se på sammenhengen mellom trykkendring og volumendring. Dette skal vi se på i et senere kapitel.

Det er også vanlig å definere en størrelse

$$k = \frac{1}{B}$$

som gjerne kalles ***kompressibiliteten***. Da kan vi foreta denne omformingen:

$$\Delta p = -B \cdot \frac{\Delta V}{V_0} \quad \Leftrightarrow \quad \frac{\Delta V}{V_0} = -\frac{1}{B}\Delta p = -k \cdot \Delta p.$$

Benevningen for k er Pa^{-1}.

Nedenfor finner du verdien av k for noen væsker:

Væske	**Kompressibilitet *k*** $\left[\mathrm{Pa}^{-1}\right]$
Vann	$45.8 \cdot 10^{-11}$
Kvikksølv (flytende form)	$3.7 \cdot 10^{-11}$
Etanol (C_2H_5OH)	$110 \cdot 10^{-11}$

Eksempel 8.1.2: Ei hydraulisk presse inneholder $0.25\,\mathrm{m}^3$ olje med kompressibilitet $k = 2.0 \cdot 10^{-10}\,\mathrm{Pa}^{-1}$. Pressa utsettes for en trykkøking på $\Delta p = 1.6 \cdot 10^7\,\mathrm{Pa}$. Hvor stor blir reduksjonen i volum?

Løsning: Av definisjonen på kompressibilitet får vi:

$$\frac{\Delta V}{V_0} = -k \cdot \Delta p$$

$$\Leftrightarrow \quad \Delta V = -k \cdot V_0 \cdot \Delta p = -2.0 \cdot 10^{-10}\,\mathrm{Pa}^{-1} \cdot 0.25\,\mathrm{m}^3 \cdot 1.6 \cdot 10^7\,\mathrm{Pa} = \underline{\underline{-0.0008\,\mathrm{m}^3}}$$

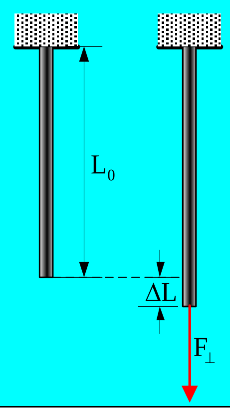
Volum-reduksjonen er altså 0.8 liter.

Oppgave: 8.1.3.

8.2. Forlengelse.

8.2.1. Definisjoner.

Figuren nedenfor til venstre viser ei tynn metallstang som har lengde L_0 og tverrsnittsareal A når den ikke påvirkes av krefter. Dersom vi strekker stanga med en kraft $F_\perp$ vinkelrett på stangas tverrsnitt, vil stanga forlenges et stykke ΔL. Vi definerer da disse størrelsene:

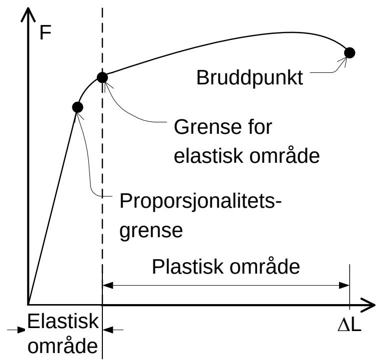


Forholdet $\frac{F_\perp}{A}$ kalles ***normalspenningen***.
Det får benevningen ***Pascal*** (Pa).

Forholdet $\frac{\Delta L}{L_0}$ er den ***relative forlengelsen***, og kalles ofte ***lengdetøyningen***. Vi ser at det får benevning m/m (eller mm/m). Det vil egentlig si at forholdet er ubenevnt.

8.2.2. Elastisk og plastisk deformasjon.

De fleste faste stoffer er slik at legemet går tilbake til sin opprinnelige form etter at påvirkningen har opphørt. Da sier vi at deformasjonen var ***elastisk***. Dersom legemet *ikke* går tilbake til sin opprinnelige form, sier vi at deformasjonen var ***plastisk***.



Figuren til venstre viser en sammenheng mellom kraft $F_\perp$ og forlengelse ΔL ved strekking av ei tynn metall-stang. Så lenge forlengelsen er relativt liten, befinner vi oss i det elastiske området slik at stanga går tilbake til sin opprinnelige form når kraften forsvinner. I den nedre delen av dette området er forlengelsen tilnærmet proporsjonal med kraften.

Dersom forlengelsen blir for stor, vil stanga bli varig deformert. Vi har da en *plastisk* deformasjon. Øker forlengelsen enda mer, risikerer vi brudd.

8.2.3. Youngs modul.

Når ei stang utsettes for en normalspenning, og denne ikke er for stor, er forlengelsen proporsjonal med normalspenningen. Eksperimenter viser at da er lengdetøyningen proporsjonal med normalspenningen. Denne sammenhengen kalles ***Hookes lov for elastisk forlengelse***:

$$\frac{F_\perp}{A} = Y \cdot \frac{\Delta L}{L_0}$$

Eksperimenter viser at selv om vi bruker ulike staver med ulik lengde og ulikt tverrsnittsareal, får vi samme verdi av Y så lenge vi bruker staver av samme materiale. Størrelsen Y er altså en *materialkonstant* som kalles ***Youngs modul***. Benevningen blir *Pascal* (Pa). Du finner verdier av Y for noen faste stoffer i tabellen i kapitel-sammendraget.

Loven ovenfor gjelder også ved sammenpressing. For de fleste stoffene har Youngs modul samme verdi for sammenpressing som for forlengelse. Men noen stoffer (for eksempel stein) tåler sammenpressing svært godt, men tåler mye mindre strekking.

Eksempel 8.2.1: En stålstreng har lengde $L_0 = 2.00\,\text{m}$ og tverrsnittsareal $A = 1.0\,\text{mm}^2$. En maskindel med masse $m = 25\,\text{kg}$ henges opp i strengen. Finn lengdetøyningen og forlengelsen av strengen når du vet at Youngs modul for stål er $Y = 20 \cdot 10^{10}\,\text{Pa}$.

Løsning: Forutsatt at vi befinner oss innenfor grensen for proporsjonalitet, er

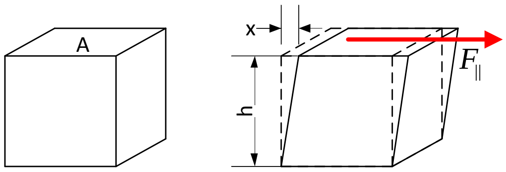
$$\frac{F_\perp}{A} = Y \cdot \frac{\Delta L}{L_0} \quad \Leftrightarrow \quad \frac{\Delta L}{L_0} = \frac{1}{Y} \cdot \frac{F_\perp}{A} = \frac{1}{20 \cdot 10^{10}\,\text{N/m}^2} \cdot \frac{25\,\text{kg} \cdot 9.81\,\text{m/s}^2}{1.0 \cdot \left(10^{-3}\,\text{m}\right)^2} = \underline{\underline{1.23 \cdot 10^{-3}}}\,.$$

$$\frac{\Delta L}{L_0} = 1.23 \cdot 10^{-3} \quad \Leftrightarrow \quad \Delta L = 1.23 \cdot 10^{-3} L_0 = 1.23 \cdot 10^{-3} \cdot 2.00\,\text{m} = \underline{\underline{2.46 \cdot 10^{-3}\,\text{m}}}\,.$$

`Oppgave:` [8.2.1]().

8.3. Skjærkrefter.

8.3.1. Definisjoner.



Figuren til venstre viser et legeme som har ei plan flate med areal A. Denne flata påvirkes av en kraft $F_{||}$, som er *parallell* med flatas plan. Slike krefter kaller vi ***skjærkrefter***. De vil deformere legemet litt som vist på figuren.

Vi definerer nå disse størrelsene:

Forholdet $\frac{F_{||}}{A}$ kalles ***skjærspenningen***. Det får benevningen ***Pascal*** (Pa).

Forholdet $\frac{x}{h}$ kalles ***skjærtøyningen***. Vi ser at det får benevning m/m (eller mm/m). Det vil egentlig si at forholdet er ubenevnt.

8.3.2. Skjærmodul.

På samme måte som for forlengelse, viser det seg at skjærtøyningen er proporsjonal med skjærspenningen så lenge vi er innenfor nedre del av et elastisk område. Med andre ord:

$$\frac{F_{||}}{A} = S \cdot \frac{x}{h}$$

Her er S en materialkonstant som kalles ***skjærmodulen***, og som har benevning Pa. Du finner verdier av Y for noen faste stoffer i tabellen i kapitel-sammendraget.

Eksempel 8.3.1: En terning av kopper har sidekant på 20 cm. Toppflata i terningen utsettes for en skjærkraft på $F_{||} = 8.8 \cdot 10^5\,\mathrm{N}$ (se figuren over). Hvor stor blir forskyvningen x av toppflata? Skjærmodulen for kopper er $4.4 \cdot 10^{10}\,\mathrm{Pa}$.

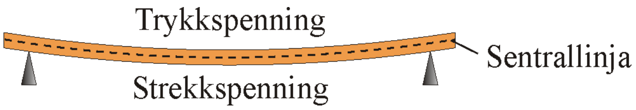
Løsning:

$$\frac{F_{||}}{A} = S \cdot \frac{x}{h} \quad \Leftrightarrow \quad x = \frac{h}{S} \cdot \frac{F_{||}}{A} = \frac{0.20\,\mathrm{m}}{4.4 \cdot 10^{10}\,\mathrm{Pa}} \cdot \frac{8.8 \cdot 10^5\,\mathrm{N}}{(0.20\,\mathrm{m})^2} = \underline{\underline{1.0 \cdot 10^{-4}\,\mathrm{m}}}\,.$$

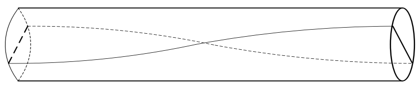
`Oppgave:` [8.3.1]().

8.4. Noen generelle merknader.

Av de talleksemplene vi har sett, kan det virke som om elastisitet fører til så små deformasjoner at vi trygt kan se bort fra dem. Noen ganger er dette også riktig. Men i mange tilfeller er elastisitet svært viktig. Se for eksempel på en bjelke som hviler i begge ender. Bjelkens tyngde vil da få bjelken til å danne en bue nedover. Det oppstår trykkspenninger over ei linje som vi kaller ***sentrallinja***, og strekkspenninger under denne linja. Man kan komme fram til sammenhenger mellom størrelsen av nedbøyningen, Youngs modul og bjelkens tverrsnitt, og på den måten analysere ulike byggtekniske konstruksjoner. Slike analyser ligger bl.a. til grunn for beregninger av bruddstyrke for ulike typer bjelker, og deres evne til å motstå rystelser.



Når en aksling roterer, kan det oppstå *vridning*. Figuren nedenfor viser (grovt overdrevet) hvordan rette linjer i akslingens lengderetning kan se ut etter at akslingen er utsatt for vridning. Hvis vi tenker oss at akslingen er satt sammen av mange tynne skiver, kan vridningen betraktes som skjærkrefter som deformerer hver av skivene. Selv om hver skive blir svært lite deformert, kan den samlede effekten på en lang aksling bli ganske stor.



8.5. Sammendrag.

Symbol:	***Norsk betegnelse:***	***Engelsk betegnelse:***
$p = \frac{F_\perp}{A}$	Trykk	Pressure
$\frac{\Delta V}{V_0}$	Volumtøyning	Bulk (volume) strain
B	Kompresjonsmodul	Bulk modulus
$k = \frac{1}{B}$	Kompressibilitet	Compressibility
$\frac{F_\perp}{A}$	Normalspenning	Tensile stress
$\frac{\Delta L}{L_0}$	Lengdetøyning	Tensile strain
Y	Youngs modul	Young's modulus
$\frac{F_\parallel}{A}$	Skjærspenning	Shear stress
$\frac{x}{h}$	Skjærtøyning	Shear strain
S	Skjærmodul	Shear modulus

$$\Delta p = -B \cdot \frac{\Delta V}{V_0}$$

$$\frac{F_\perp}{A} = Y \cdot \frac{\Delta L}{L_0}$$

$$\frac{F_\parallel}{A} = S \cdot \frac{x}{h}$$

Nedenfor finner du en tabell over kompresjonsmodul, Youngs modul og skjærmodul for noen faste stoffer. Alle disse modulene har benevning *Pa*, og er omtrentlige.

Stoff	***Kompresjonsmodul B***	***Youngs modul Y***	***Skjærmodul S***
Aluminium	$7.5 \cdot 10^{10}$	$7.0 \cdot 10^{10}$	$2.5 \cdot 10^{10}$
Kopper	$14 \cdot 10^{10}$	$11 \cdot 10^{10}$	$4.4 \cdot 10^{10}$
Kronglass	$5.0 \cdot 10^{10}$	$6.0 \cdot 10^{10}$	$2.5 \cdot 10^{10}$
Stål	$16 \cdot 10^{10}$	$20 \cdot 10^{10}$	$7.5 \cdot 10^{10}$
Bly	$4.1 \cdot 10^{10}$	$1.6 \cdot 10^{10}$	$0.6 \cdot 10^{10}$

8.6. Oppgaver med løsninger.

8.6.1. Småoppgaver i teksten.

Oppgave 8.1.1:
Hvem gir størst trykk mot underlaget, en kvinne med masse 50 kg som hviler hele sin tyngde på en stiletthæl med areal $1.0\,\text{cm}^2$, eller en elefant med masse 4000 kg som står på 4 bein der hver fotsåle betraktes som en sirkelflate med radius 10 cm?

Oppgave 8.1.2:
En trykkmåler på en bensinstasjon viser at trykket i et bildekk er 28 psi. Slike målere angir overtrykket. Hvor stort er det absolutte trykket i bildekket angitt i atmosfærer?

Oppgave 8.1.3:
En havforsker henter opp en vannprøve med volum 10.0 liter fra et stort havdyp der overtrykker er $5.0 \cdot 10^7\,\text{Pa}$. Hvor stort er vann-volumet blitt når prøven er kommet opp til overflaten?

Oppgave 8.2.1:
I denne oppgaven får du bruk for at Youngs modul for stål er $Y_S = 20 \cdot 10^{10}\,\text{Pa}$, og at Youngs modul for kopper er $Y_{Cu} = 11 \cdot 10^{10}\,\text{Pa}$. Se bort fra tyngdene til stengene i oppgavene nedenfor.

a) Ei 1.50 m lang stålstang har tverrsnittsareal 0.090 cm^2. Stangas ene ende festes i taket, slik at stanga henger rett ned. Hvor mye vil stanga forlenges når ei kule med tyngde 1900 N henges i den nedre enden?

b) 

Stålstanga fra deloppgave a) festes til ei stang av kopper slik figuren over viser. Kopperstanga har de samme dimensjonene som stålstanga. Hvor stor kraft må du bruke for å forlenge den sammensatte stanga med $1.0\cdot 10^{-3}\ \mathrm{m}$?

Oppgave 8.3.1:

En terning av bly kar massen $m = 32.0\,\mathrm{kg}$. Den utsettes for en skjærkraft, og sidekantene vinkelrett på skjærkraften forskyves da med en vinkel på 0.50° (se figuren i kap. 8.3.1). Hvor stor er denne skjærkraften når skjærmodulen for bly er $0.6\cdot 10^{10}\ \mathrm{Pa}$, og tettheten til bly er $11.3\cdot 10^3\ \mathrm{kg/m^3}$?

8.6.2. Løsninger på småoppgaver i teksten.

Oppgave 8.1.1:

Kvinnens tyngde er

$$G = mg = (50\,\mathrm{kg})\cdot(9.81\mathrm{m/s^2}) = 490\,\mathrm{N}.$$

Trykket blir da

$$p = \frac{G}{A} = \frac{490\,\mathrm{N}}{(0.01\mathrm{m})^2} = \underline{4.9\cdot 10^6\ \mathrm{Pa}}.$$

For elefanten får vi på tilsvarende måte

$$p = \frac{G}{A} = \frac{mg}{4\cdot\pi R^2} = \frac{(4000\,\mathrm{kg})\cdot(9.81\mathrm{m/s^2})}{4\cdot\pi\cdot(0.1\mathrm{m})^2} = \underline{3.1\cdot 10^5\ \mathrm{Pa}}.$$

Kvinnen gir altså et trykk som er nesten 16 ganger så stort som elefanten.

Oppgave 8.1.2:

Vi regner først om overtrykket i bildekket til atmosfærer:

$$p = (28\mathrm{psi})\cdot(6896\,\mathrm{Pa/psi}) = \underline{1.93\cdot 10^5\ \mathrm{Pa}}.$$

Dette svarer til

$$\frac{1.93\cdot 10^5\ \mathrm{Pa}}{1.013\cdot 10^5\ \mathrm{Pa/atm}} = \underline{1.91\mathrm{atm}}.$$

Så legger vi til det ytre trykket, som er nøyaktig 1.00 atmosfærer. Da blir trykket inni dekket

$$p = 1.91\mathrm{atm} + 1.00\,\mathrm{atm} = \underline{\underline{2.91\mathrm{atm}}}.$$

Oppgave 8.1.3:

Ved overflaten er trykket lik atmosfæretrykket, slik at overtrykket er lik null. Da er trykkendringen

$$\Delta p = (0 - 5.0\cdot 10^7)\mathrm{Pa} = \underline{-5.0\cdot 10^7\ \mathrm{Pa}}.$$

Henter kompressibiliteten fra tabell, og finner at volumendringen blir

$$\Delta V = -k\cdot V_0\cdot(\Delta p) = -(45.8\cdot 10^{-11}\ \mathrm{Pa^{-1}})\cdot(0.01\mathrm{m^3})\cdot(-5.0\cdot 10^7\ \mathrm{Pa}) = \underline{2.3\cdot 10^{-4}\ \mathrm{m^3}}.$$

Det nye volumet blir da

$$V = V_0 + \Delta V = (0.01 + 2.3\cdot 10^{-4})\mathrm{m^3} = \underline{\underline{1.023\cdot 10^{-2}\ \mathrm{m^3}}} = \underline{\underline{10.23\mathrm{liter}}}.$$

Oppgave 8.2.1:

a) Av definisjonen på Youngs modul har vi at

$$\frac{F_\perp}{A} = Y \cdot \frac{\Delta L}{L_0}$$

$$\Leftrightarrow \quad \Delta L = \frac{1}{Y} \cdot \frac{F_\perp}{A} \cdot L_0 = \frac{1}{20 \cdot 10^{10}\,\mathrm{N/m^2}} \cdot \frac{1900\,\mathrm{N}}{0.090 \cdot \left(10^{-2}\,\mathrm{m}\right)^2} \cdot 1.5\mathrm{m} = \underline{\underline{1.6 \cdot 10^{-3}\mathrm{m}}}$$

b) Dersom kopperstaven forlenges en strekning ΔL_{Cu}, og stålstaven forlenges en strekning ΔL_{S}, så er

$$\Delta L_{\mathrm{Cu}} + \Delta L_{\mathrm{S}} = 1.0 \cdot 10^{-3}.$$

Dessuten må det virke like stor kraft F gjennom hele stanga. Da blir

$$\frac{F}{A} = Y_{\mathrm{Cu}} \cdot \frac{\Delta L_{\mathrm{Cu}}}{L_0} \quad \text{og} \quad \frac{F}{A} = Y_{\mathrm{S}} \cdot \frac{\Delta L_{\mathrm{S}}}{L_0}.$$

Deler disse to uttrykkene på hverandre, og får etter forkorting

$$1 = \frac{Y_{\mathrm{Cu}} \cdot \Delta L_{\mathrm{Cu}}}{Y_{\mathrm{S}} \cdot \Delta L_{\mathrm{S}}} \quad \Leftrightarrow \quad \Delta L_{\mathrm{S}} = \frac{Y_{\mathrm{Cu}}}{Y_{\mathrm{S}}} \cdot \Delta L_{\mathrm{Cu}} = \frac{11 \cdot 10^{10}\ \mathrm{N/m^2}}{20 \cdot 10^{10}\ \mathrm{N/m^2}} \cdot \Delta L_{\mathrm{Cu}} = \underline{0.55 \Delta L_{\mathrm{Cu}}}.$$

Dermed blir

$$\Delta L_{\mathrm{Cu}} + \Delta L_{\mathrm{S}} = 1.0 \cdot 10^{-3} \quad \Leftrightarrow \quad \Delta L_{\mathrm{Cu}} + 0.55 \Delta L_{\mathrm{Cu}} = 1.00 \cdot 10^{-3}\mathrm{m}$$

$$\Leftrightarrow \quad \Delta L_{\mathrm{Cu}} = \frac{1.00 \cdot 10^{-3}\mathrm{m}}{1.55} = \underline{0.65 \cdot 10^{-3}\mathrm{m}}$$

Da blir

$$\frac{F}{A} = Y_{\mathrm{Cu}} \cdot \frac{\Delta L_{\mathrm{Cu}}}{L_0}$$

$$F = A \cdot Y_{\mathrm{Cu}} \cdot \frac{\Delta L_{\mathrm{Cu}}}{L_0} = 0.090 \cdot \left(10^{-2}\mathrm{m}\right)^2 \cdot 11 \cdot 10^{10}\mathrm{Pa} \cdot \frac{0.65 \cdot 10^{-3}\mathrm{m}}{1.5\mathrm{m}} = \underline{\underline{430\mathrm{N}}}$$

Oppgave 8.3.1:

Finner først volumet V til terningen:

$$\rho = \frac{m}{V} \quad \Leftrightarrow \quad V = \frac{m}{\rho} = \frac{32\,\mathrm{kg}}{11.3 \cdot 10^3\ \mathrm{kg/m^3}} = \underline{2.83 \cdot 10^{-3}\,\mathrm{m^3}}.$$

Kaller sidekanten s. For en terning er

$$V = s^3 \quad \Leftrightarrow \quad s = \sqrt[3]{V} = \sqrt[3]{2.83 \cdot 10^{-3}\,\mathrm{m^3}} = \underline{0.14\mathrm{m}}$$

slik at arealet av overflata er

$$A = s^2 = (0.14\mathrm{m})^2 \approx \underline{2.0 \cdot 10^{-2}\ \mathrm{m^2}}.$$

Av figuren ser vi videre at

$$\tan\theta = \frac{x}{h}$$

slik at

$$\frac{F_\parallel}{A} = S \cdot \frac{x}{h} = S \cdot \tan\theta$$

$$F_\parallel = A \cdot S \cdot \tan\theta = \left(2.0 \cdot 10^{-2}\ \mathrm{m^2}\right) \cdot \left(0.6 \cdot 10^{10}\ \mathrm{Pa}\right) \cdot \tan 0.5^\circ = \underline{\underline{1.0 \cdot 10^6\ \mathrm{N}}}$$