Framdrift av rakett.

Du står og ser på en NASA-rakett som er i ferd med å lette fra utskytningsrampen. Da er det lett å tro at raketten letter fordi avgassene "sparker fra" mot bakken. Når raketten er fri fra rampen, tror du kanskje at raketten skyter fart fordi avgassene "sparker fra" mot lufta bak raketten. En slik oppfatning er fullstendig feil. Dersom denne oppfatningen var korrekt, hvordan skulle da raketten kunne skyte fart (eller bremses opp) utenfor atmosfæren?

Forklaringen ligger i bevaring av bevegelsesmengde. Vi skal anta at rakett med brennstoff har en masse *m*, og at forbrenningsgassene forlater raketten med konstant fart v_{ex} *i forhold til raketten*. Dersom raketten har fart *v* i forhold til bakken, vil avgassene ha fart $v - v_{\text{ex}}$ i forhold til bakken. Anta at en masse Δm med brennstoff forbrenner i løpet av tidsintervallet Δt. Dersom vi kan se bort fra tyngdekraft og luftmotstand, må bevegelsesmengden være bevart før og etter denne forbrenningen. Dersom rakettens fart øker fra *v* til $v + \Delta v$, får vi:

$$m \cdot v = \underbrace{(m - \Delta m)\cdot(v + \Delta v)}_{\substack{\text{Rakettens bevegelsesmengde}\\ \text{etter forbrenningen}}} + \underbrace{\Delta m \cdot (v + \Delta v - v_{\text{ex}})}_{\substack{\text{Avgassenes bevegelsesmengde}\\ \text{etter forbrenningen}}}.$$

Vi ganger ut og ordner, og blir da bare stående igjen med

$$m \cdot \Delta v = \Delta m \cdot v_{\text{ex}}.$$

Dette uttrykket kan bearbeides videre på flere måter. Vi kan f.eks. dele på Δt ,og deretter la $\Delta t \to 0$. Da får vi

$$m \cdot \frac{dv}{dt} = \frac{dm}{dt} \cdot v_{\text{ex}}.$$

Men siden $\dfrac{dv}{dt}$ er rakettens akselerasjon, må $\dfrac{dm}{dt} v_{\text{ex}}$ være skyvekraften som driver raketten framover. Denne skyvekraften er altså proporsjonal med både forbrenningsraten (målt i kg/s) og farten til avgassene i forhold til raketten.

Vi kan også omforme uttrykket til

$$\Delta v = \frac{\Delta m}{m} \cdot v_{\text{ex}}.$$

Her må vi være forsiktige. Det er jo opplagt at farten *v* øker når *m* avtar (mer og mer brennstoff forsvinner), slik at Δv og Δm må ha motsatte fortegn. Vi lar både Δv og Δm gå mot null, og korrigerer for fortegnet. Da får vi

$$dv = v_{\text{ex}} \cdot \left(-\frac{dm}{m}\right).$$

Integrerer, og får

$$v + C = -v_{\text{ex}} \ln m$$

der *C* er integrasjonskonstant. Antar at $v = 0$ og $m = m_0$ i starten, slik at

$$0 + C = -v_{\text{ex}} \ln m_0.$$

Da blir

$$v - v_{\text{ex}} \ln m_0 = -v_{\text{ex}} \ln m \quad \Leftrightarrow \quad \underline{\underline{v = v_{\text{ex}} \ln\left(\frac{m_0}{m}\right)}}.$$

Vi ser at jo mindre *m* blir (og rakettmotorene går for fullt), jo større blir *v*.