Oppgave 3.1:

Vi setter at $\mathbf{F}_2 = \begin{bmatrix} F_{2x} \\ F_{2y} \end{bmatrix}$. Da har vi:

$$|\mathbf{F}_2| = 13 \quad \Leftrightarrow \quad \sqrt{F_{2x}{}^2 + F_{2y}{}^2} = 13 \quad \Leftrightarrow \quad F_{2x}{}^2 + F_{2y}{}^2 = 169\,.$$

Siden **F** danner 45° med positiv *x*-akse, kan vi skrive $\mathbf{F} = \begin{bmatrix} a \\ a \end{bmatrix}$ der *a* er et positivt tall. Videre har vi at

$$\mathbf{F}_1 + \mathbf{F}_2 = \mathbf{F} \quad \Leftrightarrow \quad \begin{bmatrix} -4 \\ 3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} F_{2x} \\ F_{2y} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a \\ a \end{bmatrix}.$$

Dette gir de to likningene

$$\left.\begin{aligned} -4 + F_{2x} &= a \\ 3 + F_{2y} &= a \end{aligned}\right\} \quad \Leftrightarrow \quad -4 + F_{2x} = 3 + F_{2y} \quad \Leftrightarrow \quad F_{2x} = 7 + F_{2y}\,.$$

Da blir

$$F_{2x}{}^2 + F_{2y}{}^2 = 169 \quad \Leftrightarrow \quad \left(7 + F_{2y}\right)^2 + F_{2y}{}^2 = 169 \quad \Leftrightarrow \quad 49 + 14F_{2y} + F_{2y}{}^2 + F_{2y}{}^2 = 169$$

$$\Leftrightarrow \quad 2F_{2y}{}^2 + 14F_{2y} = 120 \quad \Leftrightarrow \quad F_{2y}{}^2 + 7F_{2y} - 60 = 0$$

$$F_{2y} = \frac{-7 \pm \sqrt{7^2 - 4\cdot(-60)}}{2\cdot 1} = \frac{-7 \pm 17}{2} = \begin{cases} 5 \\ -12 \end{cases}$$

Løsningen $F_{2y} = -12$ fører til at $a = 3 + F_{2y} = 3 + (-12) = -9$, i strid med kravet om at *a* skal være et positivt tall. Vi kan kun bruke løsningen $F_{2y} = 5$. Da blir

$$F_{2x} = 7 + F_{2y} = 7 + 5 = 12\,,$$

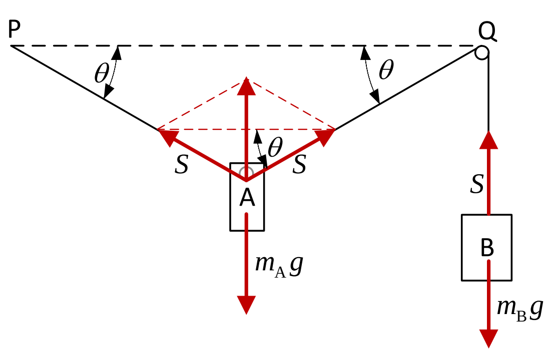
slik at

$$\mathbf{F}_2 = \begin{bmatrix} F_{2x} \\ F_{2y} \end{bmatrix} = \underline{\underline{\begin{bmatrix} 12 \\ 5 \end{bmatrix}}} \text{ med benevning N.}$$

Videre blir $a = 3 + F_{2y} = 3 + 5 = 8$, slik at

$$a = \tfrac{1}{3} g \sin\theta \; \mathbf{F} = \begin{bmatrix} a \\ a \end{bmatrix} = \underline{\underline{\begin{bmatrix} 8 \\ 8 \end{bmatrix}}}, \text{ med benevning N.}$$

Oppgave 3.2:



Klossen B henger i ro. Altså er $S = m_B g$.

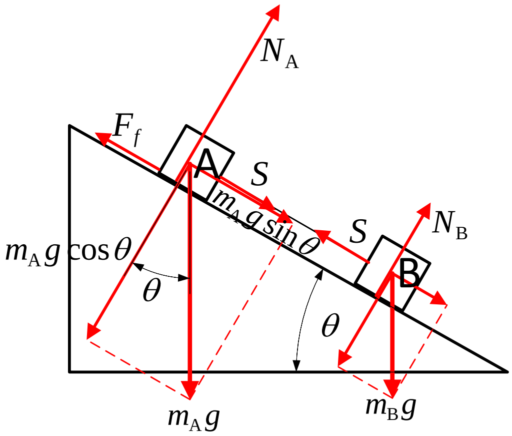
Klossen A henger også i ro. Ser at komponenten av snordraget **S** i vertikal retning ved A er

$$S_y = S \cdot \sin\theta\,.$$

Siden kloss A kan gli uten friksjon, må snordraget være like stort begge veier ved A. Da får vi at $2S \cdot \sin\theta = m_A g$

som gir $\sin\theta = \dfrac{m_A g}{2S} = \dfrac{m_A g}{2m_B g} = \underline{\underline{\dfrac{m_A}{2m_B}}}$.

Oppgave 3.3:



Til venstre ser du situasjonen etter at kloss B er bundet sammen med kloss A. For begge klossene benytter vi at normalkraften $N = mg\cos\theta$, og setter ellers bare opp Newtons 2. lov langs skråplanet med positiv retning ned langs skråplanet.

a) Ser først på situasjonen mens A ligger alene på skråplanet. Da er

$$m_A g\sin\theta - F_f = m_A \cdot a\,.$$

Videre er

$$F_f = \mu N_A = \mu m_A g\cos\theta\,.$$

Når klossen glir med konstant fart, er $a = 0$. Da blir

$$m_A g\sin\theta - \mu m_A g\cos\theta = 0 \quad\Leftrightarrow\quad \underline{\underline{\mu = \tan\theta}}\,.$$

b) Setter opp komponentene av Newtons 2. lov langs skråplanet, og benytter at snordraget S er like stort i begge ender av snora, og at begge klossene har samme akselerasjon a:

Kloss A: $\quad m_A g\sin\theta + S - F_f = m_A a$

Kloss B: $\quad m_B g\sin\theta - S = m_B a$

Ser at S forsvinner når likningene legges sammen:

$$m_A g\sin\theta + m_B g\sin\theta - F_f = m_A a + m_B a$$

Setter inn at $m_A = m$, $m_B = \frac{1}{2}m$, og $F_f = \mu mg\cos\theta$, og får

$$mg\sin\theta + \tfrac{1}{2}mg\sin\theta - \mu mg\cos\theta = ma + \tfrac{1}{2}ma$$

$$\left(\tfrac{3}{2}\sin\theta - \mu\cos\theta\right)mg = \tfrac{3}{2}ma$$

Men når skråplanet har samme helningsvinkel som før, er $\mu = \tan\theta$. Forkorter bort m og setter inn:

$$\left(\tfrac{3}{2}\sin\theta - \tan\theta\cdot\cos\theta\right)g = \tfrac{3}{2}a \quad\Leftrightarrow\quad a = \tfrac{2}{3}\left(\tfrac{3}{2}\sin\theta - \sin\theta\right)g = \underline{\underline{\tfrac{1}{3}g\sin\theta}}\,.$$

Finner enklest snordraget fra likningen for kloss B:

$$m_B g\sin\theta - S = m_B a \quad\Leftrightarrow\quad S = \tfrac{1}{2}mg\sin\theta - \tfrac{1}{2}m\cdot\tfrac{1}{3}g\sin\theta = \underline{\underline{\tfrac{1}{3}mg\sin\theta}}\,.$$

Oppgave 3.4:

a1) Den eneste kraften som virker i horisontal retning, er friksjonskraften. Den største verdien friksjonskraften kan ha er

$$F_f = \mu N = \mu mg$$

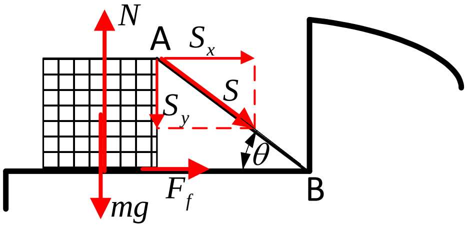
slik at kassens største akselerasjon er gitt ved

$$F_f = m\cdot a \quad\Leftrightarrow\quad \mu mg = m\cdot a \quad\Leftrightarrow\quad a = \mu g = 0.20\cdot 9.81\,\mathrm{m/s^2} = \underline{\underline{1.96\,\mathrm{m/s^2}}}\,.$$

a2) På samme måte som ovenfor får vi at den største verdien av sentripetalakselerasjonen er gitt ved

$$F_f = m\cdot\frac{v^2}{R} \quad\Leftrightarrow\quad \mu mg = m\cdot\frac{v^2}{R} \quad\Leftrightarrow\quad v = \sqrt{\mu gR} = \sqrt{0.20\cdot 9.81\,\mathrm{m/s^2}\cdot 20\,\mathrm{m}} = \underline{\underline{6.3\,\mathrm{m/s}}}\,.$$

b)



Siden akselerasjonen er større enn de $1.96\,\mathrm{m/s^2}$ som vi fant i a1), må det være en strekk-kraft S i tauet som bidrar til å akselerere kassen. Men y-komponenten av S vil presse kassen ned mot lasteplanet slik at friksjonskraften økes. Med x-akse i fartsretningen og y-akse rett opp fra lasteplanet blir Newtons 2. lov slik:

$$\mathbf{F} = m\mathbf{a} \quad \Leftrightarrow \quad \begin{bmatrix} S_x + F_f \\ N - mg - S_y \end{bmatrix} = m\begin{bmatrix} a \\ 0 \end{bmatrix}.$$

Siden tauet er 1.00 m langt, og kassen er 0.60 m høy, vet vi at

$$\sin\theta = \frac{0.60\,\mathrm{m}}{1.00\,\mathrm{m}} = 0.60$$

slik at

$$\cos\theta = \sqrt{1-\sin^2\theta} = \sqrt{1-0.60^2} = 0.80\,.$$

Da blir

$$S_x = S\cos\theta = 0.80S\,,$$

$$S_y = S\sin\theta = 0.60S\,.$$

Videre er $F_f = \mu N$. Setter alt dette inn i Newtons 2. lov, og får disse komponent-likningene:

x-retning: $\mu N + 0.80S = m\cdot a$

y-retning: $N - mg - 0.60S = 0 \quad \Leftrightarrow \quad N = mg + 0.60S\,.$

Da blir

$$\mu\left(mg + 0.60S\right) + 0.80S = m\cdot a \quad \Leftrightarrow \quad \left(0.60\mu + 0.80\right)S = ma - \mu mg$$

$$S = \frac{m\left(a-\mu g\right)}{0.60\mu + 0.80} = \frac{100\,\mathrm{kg}\left(4.00\,\mathrm{m/s^2} - 0.20\cdot 9.81\,\mathrm{m/s^2}\right)}{0.60\cdot 0.20+0.80} = \underline{\underline{222\,\mathrm{N}}}$$