Oppgave 11.1:

a) Forutsetter at stempelet står i ro. Betrakter kreftene på undersiden av stempelet:

$$A \cdot p = A \cdot p_0 + mg$$

$$\Leftrightarrow \quad p = p_0 + \frac{mg}{A} = 1.013 \cdot 10^5\ \mathrm{Pa} + \frac{5.00\,\mathrm{kg} \cdot 9.81\,\mathrm{m/s^2}}{0.0100\,\mathrm{m^2}} = \underline{\underline{1.062 \cdot 10^5\ \mathrm{Pa}}}$$

Bruker likningen for en ideell gass:

$$pV = nRT \quad \Leftrightarrow \quad n = \frac{pV}{RT} = \frac{1.062 \cdot 10^5\ \mathrm{Pa} \cdot 0.0100\,\mathrm{m^2} \cdot 0.500\,\mathrm{m}}{8.314\,\mathrm{J/K} \cdot 273\,\mathrm{K}} = \underline{\underline{0.234\,\mathrm{mol}}}\,.$$

b) Siden trykket i gassen er konstant under prosessen, og gassen er ideell, har vi:

$$\frac{V_1}{T_1} = \frac{V_2}{T_2} \quad \Leftrightarrow \quad T_2 = \frac{V_2}{V_1} T_1 = \frac{\cancel{A} \cdot h_2}{\cancel{A} \cdot h_1} T_1 = \frac{0.628\,\mathrm{m}}{0.500\,\mathrm{m}} \cdot 273\,\mathrm{K} = \underline{\underline{343\,\mathrm{K}}} = \underline{\underline{70^\circ\,\mathrm{C}}}\,.$$

I en konstant-trykk-prosess er

$$W = p \cdot \Delta V = p \cdot A \cdot (h_2 - h_1) = 1.062 \cdot 10^5\ \mathrm{Pa} \cdot 0.0100\,\mathrm{m^2} \cdot (0.628 - 0.500)\,\mathrm{m} = \underline{\underline{136\,\mathrm{J}}}\,.$$

c) Vår prosess var en konstant-trykk-prosess. Den molare varmekapasiteten ved konstant trykk er derfor

$$c_p = \frac{Q_p}{n \cdot \Delta T} = \frac{475\,\mathrm{J}}{0.234 \cdot (70 - 0)\,\mathrm{K}} = \underline{\underline{29.0\,\mathrm{J/K}}}\,.$$

Av varmelærens første hovedsetning har vi at

$$\Delta U = Q - W = 475\,\mathrm{J} - 136\,\mathrm{J} = 339\,\mathrm{J}\,.$$

Siden den indre energien U kun avhenger av temperaturen, er ΔU den samme ved konstant trykk som ved konstant volum. Videre er arbeidet lik null ved en konstant-volum-prosess, slik at $Q_V = \Delta U = 339\,\mathrm{J}$. Dermed blir den molare varmekapasiteten ved konstant volum

$$c_V = \frac{Q_V}{n \cdot \Delta T} = \frac{339\,\mathrm{J}}{0.234 \cdot (70 - 0)\,\mathrm{K}} = \underline{\underline{20.7\,\mathrm{J/K}}}\,.$$

Adiabatkonstanten er $\gamma = \dfrac{c_p}{c_V} = \dfrac{29.0\,\mathrm{J/K}}{20.7\,\mathrm{J/K}} = \underline{\underline{1.40}}$.

d) Under en adiabatisk prosess er $TV^{\gamma-1}$ konstant, slik at

$$T_2 (Ah_2)^{\gamma-1} = T_3 (Ah_3)^{\gamma-1}$$

$$\Leftrightarrow \quad T_3 = T_2 \left(\frac{h_2}{h_3}\right)^{\gamma-1} = 343\,\mathrm{K} \cdot \left(\frac{0.628\,\mathrm{m}}{0.500\,\mathrm{m}}\right)^{0.40} = \underline{\underline{375.7\,\mathrm{K}}} = \underline{\underline{102.7^\circ\,\mathrm{C}}}$$

Trykket kan nå finnes av tilstandslikningen for en ideell gass:

$$p_3 V_3 = nRT_3 \quad \Leftrightarrow \quad p_3 = \frac{nRT_3}{V_3} = \frac{0.234 \cdot 8.314\,\mathrm{J/K} \cdot 375.7\,\mathrm{K}}{0.0100\,\mathrm{m^2} \cdot 0.50\,\mathrm{m}} = \underline{\underline{1.46 \cdot 10^5\ \mathrm{Pa}}}\,.$$

Alternativ:

$$p_2 V_2^{\gamma} = p_3 V_3^{\gamma}$$

$$\Leftrightarrow \quad p_3 = p_2 \left(\frac{V_2}{V_3}\right)^{\gamma} = p_2 \left(\frac{h_2}{h_3}\right)^{\gamma} = 1.062 \cdot 10^5\ \mathrm{Pa} \left(\frac{0.682\,\mathrm{m}}{0.500\,\mathrm{m}}\right)^{1.40} = \underline{\underline{1.46 \cdot 10^5\ \mathrm{Pa}}}$$

Arbeidet kan beregnes med flere formler, for eksempel:

$$W = n \cdot c_V (T_3 - T_2) = 0.234 \cdot 20.7\,\mathrm{J/K}(375.7 - 343)\,\mathrm{K} = \underline{\underline{158.4\,\mathrm{J}}}\,.$$

Oppgave 11.2:

a) Når volumet i A er blitt $\frac{5}{4}V_0$, er volumet i B blitt $V_\mathrm{B} = 2V_0 - \frac{5}{4}V_0 = \frac{3}{4}V_0$. Siden temperaturen i B er konstant lik T_0, er trykket p_1 i B (og dermed også i A) gitt ved

$$\frac{p_1 V_\mathrm{B}}{T_0} = \frac{p_0 V_0}{T_0} \quad \Leftrightarrow \quad p_1 = \frac{p_0 V_0}{V_\mathrm{B}} = \frac{p_0 \cdot V_0}{\frac{3}{4}V_0} = \underline{\underline{\tfrac{4}{3}p_0}}\,.$$

Temperaturen T_A i A er da gitt ved

$$\frac{p_1 V_\mathrm{A}}{T_\mathrm{A}} = \frac{p_0 V_0}{T_0} \quad \Leftrightarrow \quad T_\mathrm{A} = \frac{p_1 V_\mathrm{A}}{p_0 V_0}T_0 = \frac{\frac{4}{3}p_0 \cdot \frac{5}{4}V_0}{p_0 V_0}T_0 = \underline{\underline{\tfrac{5}{3}T_0}}\,.$$

b) Siden temperaturen i B er konstant, kan arbeidet som tilføres B beregnes ut fra formelen for arbeid ved isoterm prosess. Vi har ingen tilsvarende formel for arbeidet som A utfører fordi både trykk, temperatur og volum der endres samtidig. Men siden trykket hele tiden er den samme på begge sidene av stemplet, må arbeidet som B tilføres være likt det arbeidet som A utfører.

$$W_\mathrm{B} = \int_{V_0}^{\frac{3}{4}V_0} p\,dV = \int_{V_0}^{\frac{3}{4}V_0} \frac{p_0 V_0}{V}dV = p_0 V_0 \left[\ln V\right]_{V_0}^{\frac{3}{4}V_0} = p_0 V_0 \ln\left(\frac{\frac{3}{4}V_0}{V_0}\right) = \underline{\underline{p_0 V_0 \ln\left(\tfrac{3}{4}\right)}}\,.$$

$$W_\mathrm{A} = -W_\mathrm{B} = -p_0 V_0 \ln\left(\tfrac{3}{4}\right) = \underline{\underline{p_0 V_0 \ln\left(\tfrac{4}{3}\right)}}\,.$$

For en ideell gass er den indre energien kun avhengig av temperaturen. Da har vi at:

$$\Delta U_\mathrm{B} = \underline{\underline{0}}\,.$$

$$\Delta U_\mathrm{A} = c_V \cdot n \cdot \Delta T = \tfrac{3}{2}R \cdot n \cdot \left(\tfrac{5}{3}T_0 - T_0\right) = \tfrac{3}{2}R \cdot n \cdot \tfrac{2}{3}T_0 = \underline{\underline{nRT_0}} = \underline{\underline{p_0 V_0}}\,.$$

Tilført varme blir da

$$Q_\mathrm{A} = \Delta U_\mathrm{A} + W_\mathrm{A} = p_0 V_0 + p_0 V_0 \ln\left(\tfrac{4}{3}\right) = \underline{\underline{p_0 V_0\left(1 + \ln\left(\tfrac{4}{3}\right)\right)}}\,.$$

$$Q_\mathrm{B} = \Delta U_\mathrm{B} + W_\mathrm{B} = 0 + p_0 V_0 \ln\left(\tfrac{3}{4}\right) = \underline{\underline{-p_0 V_0 \ln\left(\tfrac{4}{3}\right)}}\,.$$

Oppgave 11.3:

a) Siden vi forutsetter at lufta er en ideell gass, er

$$p_0 V_0 = nRT_0 \quad \Leftrightarrow \quad V_0 = \frac{nRT_0}{p_0} = \frac{50 \cdot 8.314\,\mathrm{J/K} \cdot (273 + 27)\,\mathrm{K}}{1.04 \cdot 10^5\ \mathrm{Pa}} = \underline{\underline{1.20\,\mathrm{m}^3}}\,.$$

b1) Når temperaturen er konstant, er

$$p_1 V_1 = p_0 V_0 \quad \Leftrightarrow \quad p_1 = p_0 \frac{V_0}{V_1} = 1.04 \cdot 10^5\ \mathrm{Pa} \cdot \frac{1.20\ \mathrm{m}^3}{1.00\ \mathrm{m}^3} = \underline{\underline{1.25 \cdot 10^5\ \mathrm{Pa}}}\,.$$

b2) Med våre fortegnsregler er varmelærens 1. lov:

$$\Delta U = Q - W$$

For en ideell gass er den indre energien kun avhengig av temperaturen. Når temperaturen er konstant, blir $\Delta U = 0 \quad \Leftrightarrow \quad Q = W$. Av definisjonen på arbeid får vi

$$W = \int_{V_0}^{V_1} p \cdot dV = \int_{V_0}^{V_1} \frac{nRT}{V} dV = nRT\left[\ln V\right]_{V_0}^{V_1} = nRT\left(\ln V_1 - \ln V_0\right) = nRT \ln\left(\frac{V_1}{V_0}\right)$$

$$= 50 \cdot 8.314 \text{ J/K} \cdot 300\,\text{K} \cdot \ln\left(\frac{1.00 \text{ m}^3}{1.20 \text{ m}^3}\right) = \underline{-2.27 \cdot 10^4 \text{ J}}$$

En varmemengde på $\underline{\underline{2.27 \cdot 10^4 \text{ J}}}$ må altså fjernes fra gassen.

c1) Kaller gassens nye volum V_2. Av adiabat-likningene får vi da

$$p_0 V_2^{\gamma} = p_1 V_1^{\gamma} \quad \Leftrightarrow \quad V_2^{\gamma} = \frac{p_1}{p_0} V_1^{\gamma}$$

$$V_2 = \left(\frac{p_1}{p_0}\right)^{\frac{1}{\gamma}} V_1 = \left(\frac{1.25 \cdot 10^5 \text{ Pa}}{1.04 \cdot 10^5 \text{ Pa}}\right)^{\frac{1}{1.40}} \cdot 1.00 \text{ m}^3 = \underline{\underline{1.14 \text{ m}^3}}$$

Da blir

$$p_0 V_2 = nRT_2 \quad \Leftrightarrow \quad T_2 = \frac{p_0 V_2}{nR} = \frac{1.04 \cdot 10^5 \text{ Pa} \cdot 1.14 \text{ m}^3}{50 \cdot 8.314 \text{ J/K}} = \underline{\underline{285\,\text{K}}} = \underline{\underline{12^\circ\text{C}}}\,.$$

Alternativ: Siden $TV^{\gamma-1} = \text{konstant}$ for en adiabatisk prosess, er

$$T_2 V_2^{\gamma-1} = T_0 V_1^{\gamma-1} \quad \Leftrightarrow \quad T_2 = T_0 \left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{\gamma-1} = 300 \text{ K}\left(\frac{1.00 \text{ m}^3}{1.14 \text{ m}^3}\right)^{1.40-1} = \underline{\underline{285 \text{ K}}}\,.$$

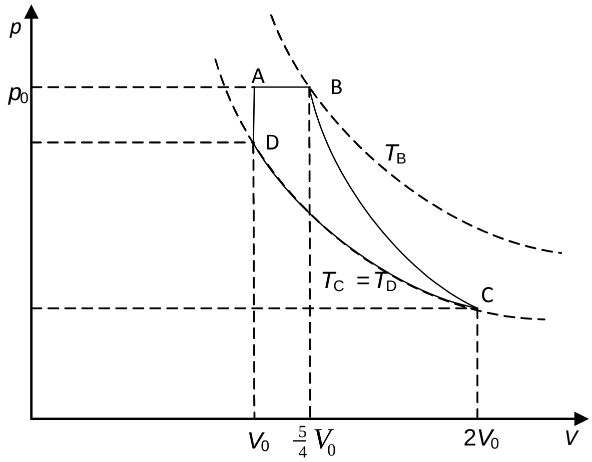
c2) Gassen utfører et arbeid

$$W = \frac{1}{\gamma - 1}\left(p_1 V_1 - p_0 V_2\right)$$

$$= \frac{1}{1.40 - 1.00}\left(1.25 \cdot 10^5 \text{ Pa} \cdot 1.00 \text{ m}^3 - 1.04 \cdot 10^5 \text{ Pa} \cdot 1.14 \text{ m}^3\right) = \underline{\underline{1.61 \cdot 10^5 \text{ J}}}$$

Oppgave 11.4:

a)



Fra A til B gjelder tilstandslikningen for en ideell gass:

$$\frac{p_B V_B}{T_B} = \frac{p_A V_A}{T_A} \quad \Leftrightarrow \quad T_B = T_A \cdot \frac{p_B V_B}{p_A V_A} = T_0 \cdot \frac{p_0 \cdot \frac{5}{4} V_0}{p_0 V_0} = \underline{\underline{\frac{5}{4}}} T_0\,.$$

Under den adiabatiske prosessen fra B til C gjelder:

$$T_C V_C^{\gamma-1} = T_B V_B^{\gamma-1}$$

$$\Leftrightarrow \quad T_C = T_B \left(\frac{V_B}{V_C}\right)^{\gamma-1} = \frac{5}{4} T_0 \left(\frac{\frac{5}{4}V_0}{2V_0}\right)^{\frac{5}{3}-1} = \frac{5}{4} T_0 \cdot \left(\frac{5}{8}\right)^{\frac{2}{3}} \approx \underline{\underline{0.914 T_0}}$$

Trykket i C finnes nå enklest av tilstandslikningen:

$$\frac{p_C V_C}{T_C} = \frac{p_B V_B}{T_B} \quad \Leftrightarrow \quad p_C = p_B \cdot \frac{T_C V_B}{T_B V_C} \approx p_0 \cdot \frac{0.914 \cancel{T_0} \cdot \cancel{\tfrac{5}{4}} \cancel{V_0}}{\cancel{\tfrac{5}{4}} \cancel{T_0} \cdot \left(2 \cancel{V_0}\right)} = \underline{\underline{0.457 p_0}} .$$

Vi kan også benytte sammenhengen

$$p_C V_C^{\gamma} = p_B V_B^{\gamma} \quad \Leftrightarrow \quad p_C = p_B \left(\frac{V_B}{V_C}\right)^{\gamma} = p_0 \left(\frac{\frac{5}{4}V_0}{2V_0}\right)^{\frac{5}{3}} = p_0 \left(\frac{5}{8}\right)^{\frac{5}{3}} \approx \underline{\underline{0.457 p_0}} .$$

Trykket i D finnes nå av tilstandslikningen:

$$\frac{p_D V_D}{T_D} = \frac{p_C V_C}{T_C} \quad \Leftrightarrow \quad p_D = p_C \cdot \frac{\cancel{T_D} V_C}{\cancel{T_C} V_D} = 0.457 p_0 \cdot \frac{2V_0}{V_0} = \underline{\underline{0.914 p_0}} .$$

Eller:

$$\frac{p_D V_D}{T_D} = \frac{p_A V_A}{T_A} \quad \Leftrightarrow \quad p_D = p_A \cdot \frac{T_D \cancel{V_A}}{T_A \cancel{V_D}} = p_0 \cdot \frac{0.914 T_0}{T_0} = \underline{\underline{0.914 p_0}} .$$

b) Fra A til B er trykket konstant. Da er arbeidet

$$W_{AB} = p_0 \left(V_B - V_A\right) = p_0 \left(\tfrac{5}{4} V_0 - V_0\right) = \underline{\tfrac{1}{4} p_0 V_0} .$$

Fra B til C brukes en av likningene for adiabatisk prosess, for eksempel:

$$W_{BC} = \frac{1}{\gamma - 1}\left(p_B V_B - p_C V_C\right) = \frac{1}{\frac{5}{3} - 1}\left(p_0 \cdot \tfrac{5}{4} V_0 - 0.457 p_0 \cdot 2V_0\right) = \frac{3}{2}\left(\frac{5}{4} - 0.914\right) p_0 V_0$$

$$\approx \underline{0.504 p_0 V_0}$$

Under den isoterme prosessen fra C til D er arbeidet

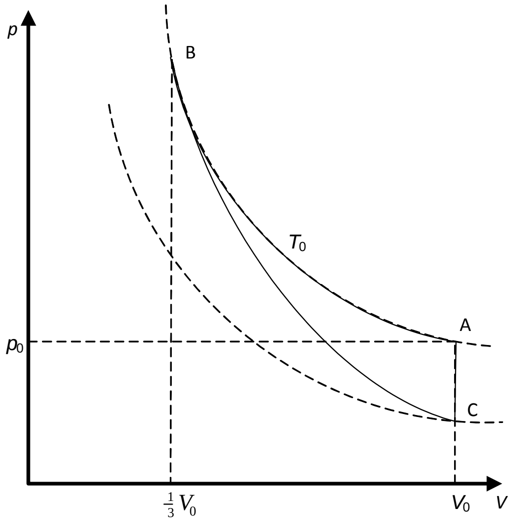
$$W_{CD} = nRT_C \ln\left(\frac{V_D}{V_C}\right) = p_C V_C \ln\left(\frac{V_0}{2V_0}\right) = 0.457 p_0 \cdot \left(2V_0\right) \cdot \ln\left(\frac{1}{2}\right) \approx \underline{-0.634 p_0 V_0} .$$

Fra D til A er volumet konstant, slik at det ikke utføres noe arbeid. Netto arbeid under hele syklusen blir da

$$W = W_{AB} + W_{BC} + W_{CD} \approx \tfrac{1}{4} p_0 V_0 + 0.504 p_0 V_0 - 0.634 p_0 V_0 = \underline{\underline{0.120 p_0 V_0}} .$$

Oppgave 11.5:

a)



b1) Fra A til B er temperaturen konstant lik T_0. Tilstandslikningen for en ideell gass gir da

$$\frac{p_B V_B}{T_B} = \frac{p_A V_A}{T_A} \quad \Leftrightarrow \quad p_B = p_A \cdot \frac{V_A}{V_B} = p_0 \cdot \frac{V_0}{\frac{1}{3}V_0} = \underline{\underline{3p_0}}\,.$$

b2) For en isoterm prosess er det ingen endring av indre energi. Da er

$$\Delta Q_{AB} = W_{AB} = \int_{V_A}^{V_B} p \cdot dV = \int_{V_0}^{\frac{1}{3}V_0} \frac{nRT_0}{V}\,dV = nRT_0 \left[\ln V\right]_{V_0}^{\frac{1}{3}V_0} = nRT_0\left(\ln\left(\tfrac{1}{3}V_0\right) - \ln V_0\right)$$

$$= nRT_0 \ln\left(\frac{\frac{1}{3}V_0}{V_0}\right) = nRT_0 \ln\left(\frac{1}{3}\right) = \underline{\underline{-\ln 3 \cdot nRT_0}} = \underline{\underline{-\ln 3 \cdot p_0 V_0}}$$

c1) For en adiabatisk prosess er

$$p_C V_C^{\gamma} = p_B V_B^{\gamma} \quad \Leftrightarrow \quad p_C = p_B \frac{V_B^{\gamma}}{V_C^{\gamma}} = 3p_0 \left(\frac{\frac{1}{3}V_0}{V_0}\right)^{\gamma} = 3p_0\left(\tfrac{1}{3}\right)^{\frac{7}{5}} = 3^{1-\frac{7}{5}} p_0 = \underline{\underline{3^{-\frac{2}{5}} p_0}} \approx \underline{\underline{0.644\,p_0}}$$

Temperaturen i C finnes enklest ved å benytte tilstandslikningen fra A til C:

$$\frac{p_C V_C}{T_C} = \frac{p_A V_A}{T_A} \quad \Leftrightarrow \quad T_C = T_A \cdot \frac{p_C}{p_A} = T_0 \cdot \frac{3^{-\frac{2}{5}} p_0}{p_0} = \underline{\underline{3^{-\frac{2}{5}} T_0}} \approx \underline{\underline{0.644 T_0}}\,.$$

c2) For en adiabatisk prosess er $\underline{\underline{\Delta Q_{BC} = 0}}$, mens

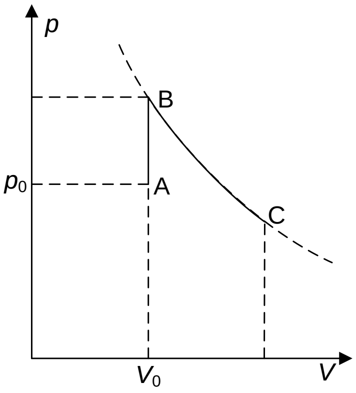
$$W_{BC} = \frac{1}{\gamma - 1}\left(p_B V_B - p_C V_C\right) = \frac{1}{\frac{7}{5} - 1}\left(\tfrac{1}{3} p_0 \cdot 3V_0 - 3^{-\frac{2}{5}} p_0 \cdot V_0\right) = \underline{\underline{\frac{5}{2}\left(1 - 3^{-\frac{2}{5}}\right) p_0 V_0}} \approx \underline{\underline{0.889\,p_0 V_0}}\,.$$

d) Siden volumet er konstant fra C til A, er $\underline{\underline{W_{CA} = 0}}$.

$$\Delta Q_{CA} = C_V \cdot n\left(T_A - T_C\right) = \tfrac{5}{2} R \cdot n\left(T_0 - 3^{-\frac{2}{3}} T_0\right) = \underline{\underline{\tfrac{5}{2}\left(1 - 3^{-\frac{2}{3}}\right) p_0 V_0}} \approx \underline{\underline{0.889\,p_0 V_0}}\,.$$

Oppgave 11.6:

a)



$$\frac{p_B \cancel{V_B}}{T_B} = \frac{p_A \cancel{V_A}}{T_A} \quad \Leftrightarrow \quad T_B = \frac{p_B T_A}{p_A} = \frac{\frac{3}{2}p_0 \cdot T_0}{p_0} = \underline{\frac{3}{2}T_0}$$

.

Siden prosessen BC er isoterm, er

$$T_C = T_B = \underline{\underline{\tfrac{3}{2}T_0}}\,.$$

Videre er

$$\frac{p_C V_C}{T_C} = \frac{p_A V_A}{T_A}$$

$$p_C = \frac{p_A V_A}{T_A} \cdot \frac{T_C}{V_C} = \frac{p_0 V_0}{T_0} \cdot \frac{\frac{3}{2}T_0}{2V_0} = \underline{\underline{\tfrac{3}{4}p_0}}$$

Tilført varme fra A til B er

$$Q_{AB} = nc_V\left(T_B - T_C\right) = nc_V\left(\tfrac{3}{2}T_0 - T_0\right) = \underline{\tfrac{1}{2}nc_V T_0}\,.$$

Men

$$\gamma = \frac{c_p}{c_V} = \frac{c_V + R}{c_V} = 1 + \frac{R}{c_V} \quad \Leftrightarrow \quad c_V = \frac{1}{\gamma - 1}R = \frac{1}{\frac{5}{3} - 1}R = \underline{\tfrac{3}{2}R}\,.$$

Da blir

$$Q_{AB} = \tfrac{1}{2}nc_V T_0 = \tfrac{1}{2}n \cdot \tfrac{3}{2}R \cdot T_0 = \tfrac{3}{4}nRT_0 = \underline{\tfrac{3}{4}p_0 \cdot V_0}\,.$$

Siden BC er en isoterm, er

$$\Delta U = 0 \quad \Leftrightarrow \quad Q_{BC} - W_{BC} = 0$$

$$Q_{BC} = W_{BC} = nRT_B \ln\left(\frac{V_C}{V_B}\right) = p_B V_B \ln\left(\frac{2V_0}{V_0}\right) = \underline{\tfrac{3}{2}p_0 \cdot V_0 \cdot \ln 2}$$

Samlet tilført varme er derfor

$$Q_{AB} + Q_{BC} = \tfrac{3}{4}p_0 V_0 + \tfrac{3}{2}\ln 2 \cdot p_0 V_0 = \underline{\underline{\tfrac{3}{4}\left(1 + 2\ln 2\right)p_0 V_0}}\,.$$

b) Siden prosessen DC er adiabatisk, blir

$$p_D V_D^{\gamma} = p_C V_C^{\gamma} \quad \Leftrightarrow \quad V_D^{\gamma} = \frac{p_C}{p_D}V_C^{\gamma} = \frac{\frac{3}{4}p_0}{p_0}\left(2V_0\right)^{\gamma} = \tfrac{3}{4}\left(2V_0\right)^{\gamma}\,.$$

$$\left(V_D^{\gamma}\right)^{\frac{1}{\gamma}} = \left(\tfrac{3}{4}\left(2V_0\right)^{\gamma}\right)^{\frac{1}{\gamma}} \quad \Leftrightarrow \quad V_D = \left(\tfrac{3}{4}\right)^{\frac{1}{\gamma}} \cdot 2V_0 = \underline{\underline{\left(\tfrac{3}{4}\right)^{\frac{3}{5}} \cdot 2V_0}} \approx \underline{\underline{1.68V_0}}\,.$$

Da er

$$\frac{p_D V_D}{T_D} = \frac{p_A V_A}{T_A}$$

$$T_D = \frac{p_D V_D}{p_A V_A} \cdot T_A = \frac{p_0\left(\frac{3}{4}\right)^{\frac{3}{5}} \cdot 2V_0}{p_0 V_0} \cdot T_0 = \underline{\underline{\left(\tfrac{3}{4}\right)^{\frac{3}{5}} \cdot 2T_0}} \approx \underline{\underline{1.68T_0}}$$

Utført arbeid fra A til D er

$$W_{AD} = p_A\left(V_D - V_A\right) = p_0\left(\left(\tfrac{3}{4}\right)^{\frac{3}{5}} \cdot 2V_0 - V_0\right) = \underline{\left(\left(\tfrac{3}{4}\right)^{\frac{3}{5}} \cdot 2 - 1\right)p_0 V_0} \approx \underline{0.68\,p_0 V_0}\,.$$

Utført arbeid langs adiabaten DC er

$$W_{DC} = \frac{1}{\gamma - 1}\left(p_D V_D - p_C V_C\right) = \frac{1}{\frac{5}{3}-1}\left(p_0 \cdot \left(\tfrac{3}{4}\right)^{\frac{3}{5}} \cdot 2V_0 - \tfrac{3}{4}p_0 \cdot 2V_0\right)$$

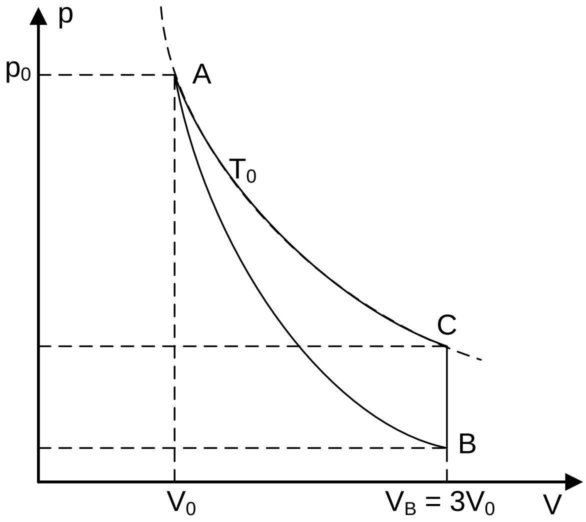
$$= \tfrac{3}{2}\left(\left(\tfrac{3}{4}\right)^{\frac{3}{5}} \cdot 2 - \tfrac{3}{4} \cdot 2\right) p_0 V_0 = \underline{3\left(\left(\tfrac{3}{4}\right)^{\frac{3}{5}} - \tfrac{3}{4}\right) p_0 V_0} \approx \underline{0.27\, p_0 V_0}$$

Samlet utført arbeid er derfor

$$W_{AD} + W_{DC} \approx 0.68\, p_0 V_0 + 0.27\, p_0 V_0 = \underline{\underline{0.95\, p_0 V_0}}\,.$$

Oppgave 11.7:

a)



Under delprosessen AB utfører gassen et arbeid som er gitt ved arealet under grafen AB. Fra B til C utføres intet arbeid fordi volumet er konstant. Fra C til A tilføres gassen et arbeid som er gitt ved arealet under grafen AC. Vi ser at tilført arbeid er større enn utført arbeid, slik at netto arbeid blir negativt. Dette er karakteristisk for en kjølemaskin som får tilført arbeid og avgir varme fra et varmere reservoar til et kaldere.

b) Under den adiabatiske prosessen AB har vi at

$$p_A V_A^{\gamma} = p_B V_B^{\gamma} \quad \Leftrightarrow \quad p_B = p_A \left(\frac{V_A^{\gamma}}{V_B^{\gamma}}\right) = p_0 \left(\frac{V_0}{3V_0}\right)^{\gamma} = p_0 \left(\frac{1}{3}\right)^{\frac{7}{5}} \approx \underline{\underline{0.215\, p_0}}\,.$$

Da er

$$\frac{p_B V_B}{T_B} = \frac{p_A V_A}{T_A} \quad \Leftrightarrow \quad T_B = T_A \cdot \frac{p_B}{p_A} \cdot \frac{V_B}{V_A} = T_0 \cdot \frac{0.215\, p_0}{p_0} \cdot \frac{3V_0}{V_0} = \underline{\underline{0.645 T_0}}\,.$$

Siden det er konstant volum fra B til C, er $V_C = \underline{\underline{3V_0}}$.

Og siden AC er isoterm, er $T_C = \underline{\underline{T_0}}$.

Da blir

$$\frac{p_C V_C}{\cancel{T_C}} = \frac{p_A V_A}{\cancel{T_A}} \quad \Leftrightarrow \quad p_C = p_A \frac{V_A}{V_C} = p_0 \frac{V_0}{3V_0} = \underline{\underline{\tfrac{1}{3} p_0}}\,.$$

c) Siden AB er adiabatisk, er tilført varme $Q_{AB} = \underline{\underline{0}}$.

Utført arbeid er

$$W_{AB} = \frac{1}{\gamma - 1}\left(p_A V_A - p_B V_B\right) = \frac{1}{\frac{7}{5}-1}\left(p_0 V_0 - 0.215\, p_0 \cdot 3V_0\right) = \tfrac{5}{2} \cdot 0.355\, p_0 V_0 = \underline{\underline{0.888\, p_0 V_0}}\,.$$

Siden trykket er konstant fra B til C, er $W_{BC} = \underline{\underline{0}}$.

Tilført varme er

$$Q_{\mathrm{BC}} = nc_V \cdot \left(T_{\mathrm{C}} - T_{\mathrm{B}}\right) = n \cdot \tfrac{5}{2} R \cdot \left(T_0 - 0.645T_0\right) = 0.888nRT_0 = \underline{\underline{0.888\, p_0 V_0}} \,.$$

Delprosessen CA er isoterm, slik at

$$\Delta U = 0 \quad \Leftrightarrow \quad Q_{\mathrm{CA}} = W_{\mathrm{CA}} = nRT_0 \ln\left(\frac{V_{\mathrm{A}}}{V_{\mathrm{C}}}\right) = p_0 V_0 \ln\left(\frac{V_0}{3V_0}\right) = \underline{\underline{-p_0 V_0 \ln 3}} \,.$$

Oppgave 11.8:

I tilstand a er alt unntatt volumet kjent. Siden gassen er ideell, har vi at

$$p_a V_a = nRT_a \quad \Leftrightarrow \quad V_a = \frac{nRT_a}{p_a} = \frac{0.500 \cdot 8.314\,\mathrm{J/K} \cdot 520\,\mathrm{K}}{11.0 \cdot 10^5\,\mathrm{Pa}} = \underline{\underline{0.00197\,\mathrm{m}^3}} \,.$$

Siden prosessen $a \rightarrow b$ er isoterm, er også $T_b = \underline{\underline{520\,\mathrm{K}}}$.

Siden volumet dobles, blir $V_b = 2V_a = 2 \cdot 0.00197\,\mathrm{m}^3 = \underline{\underline{0.00394\,\mathrm{m}^3}}$.

Da er $p_b = \dfrac{nRT_b}{V_b} = \dfrac{0.500 \cdot 8.314\,\mathrm{J/K} \cdot 520\,\mathrm{K}}{0.00394\,\mathrm{m}^3} = \underline{\underline{5.49 \cdot 10^5\,\mathrm{Pa}}}$.

Alternativ: Siden $T = \text{konstant}$, er $p_b V_b = p_a V_a \quad \Leftrightarrow \quad p_b = p_a \dfrac{V_a}{V_b} = \dfrac{p_a}{2} = \underline{\underline{5.50 \cdot 10^5\,\mathrm{Pa}}}$.

Under den adiabatiske utvidelsen til tilstand c reduseres temperaturen til T_C. Da blir

$$T_c = T_C = \underline{\underline{300\,\mathrm{K}}} \,.$$

Siden prosessen $b \rightarrow c$ er adiabatisk, har vi at

$$T_b V_b^{\gamma-1} = T_c V_c^{\gamma-1} \quad \Leftrightarrow \quad V_c^{\gamma-1} = \frac{T_b}{T_c} \cdot V_b^{\gamma-1} \quad \Leftrightarrow \quad V_c^{1.40-1} = \frac{520\,\mathrm{K}}{300\,\mathrm{K}} \cdot 0.00394^{1.40-1}\,\mathrm{m}^3$$

$$\Leftrightarrow \quad V_c = \left(\frac{520}{300}\right)^{\frac{1}{0.40}} \cdot 0.00394\,\mathrm{m}^3 = \underline{\underline{0.0156\,\mathrm{m}^3}}$$

Siden prosessen $c \rightarrow d$ er isoterm, er også $T_d = \underline{\underline{300\,\mathrm{K}}}$.

Vi finner V_d ved å benytte at prosessen $a \rightarrow d$ er adiabatisk:

$$V_d = \left(\frac{T_a}{T_d}\right)^{\frac{1}{1.40-1}} \cdot V_a = \left(\frac{520}{300}\right)^{\frac{1}{0.40}} \cdot 0.00197\,\mathrm{m}^3 = \underline{\underline{0.00779\,\mathrm{m}^3}} \,.$$

Da blir

$$p_d = \frac{nRT_d}{V_d} = \frac{0.500 \cdot 8.314\,\mathrm{J/K} \cdot 300\,\mathrm{K}}{0.00779\,\mathrm{m}^3} = \underline{\underline{1.60 \cdot 10^5\,\mathrm{Pa}}} \,.$$