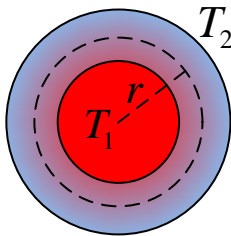


Varmestrøm gjennom sylindervegg.

Hittil har vi sett på varmestrøm gjennom plane flater. Nå skal vi se på varmestrøm gjennom sideveggen i en sylinder.



Figuren til venstre viser et tverrsnitt av et sylindervegget rør med indre radius R_1 og ytre radius R_2 . Temperaturen på den indre rørveggen er konstant lik T_1 , og temperaturen på den ytre rørveggen er konstant lik T_2 . Røret har lengde L . Et sylinder skall i avstand r fra akse har da areal

$$A = 2\pi r \cdot L.$$

Dersom dette skallet har tykkelse Δr , og temperaturforskjellen mellom inner- og yttersiden av skallet er ΔT , får vi at varmestrømmen gjennom skallet er gitt ved

$$H = -\lambda \cdot A \cdot \frac{\Delta T}{\Delta r} \Leftrightarrow H \cdot \Delta r = -\lambda \cdot A \cdot \Delta T = -\lambda \cdot 2\pi r L \cdot \Delta T \Leftrightarrow H \cdot \frac{\Delta r}{r} = -2\pi L \lambda \Delta T.$$

Erstatter Δr og ΔT med dr og dT , og integrerer:

$$\begin{aligned} \int_{R_1}^{R_2} H \frac{dr}{r} &= \int_{T_1}^{T_2} -2\pi L \lambda dT \Leftrightarrow H \cdot [\ln r]_{R_1}^{R_2} = -2\pi L \lambda [T]_{T_1}^{T_2} \\ \Leftrightarrow H (\ln R_2 - \ln R_1) &= -2\pi L \lambda (T_2 - T_1) \\ \Leftrightarrow H \cdot \ln\left(\frac{R_2}{R_1}\right) &= 2\pi \lambda L (T_1 - T_2) \Leftrightarrow H = \frac{2\pi \lambda L (T_1 - T_2)}{\ln\left(\frac{R_2}{R_1}\right)} \end{aligned}$$

Eksempel: Et metallrør er 5 meter langt. Det har ytre diameter på 4.0 cm, og er omsluttet av et 3.0 cm tykt isolerende lag av styrofoam som har konduktivitet $\lambda = 0.010 \text{ W}/(\text{m} \cdot \text{K})$. Røret leder vanndamp, og vi antar at temperaturen på innsiden av styrofoam-kappen er 100°C mens temperaturen på utsiden er 6°C . Beregn varmetapet gjennom isolasjonen.

Løsning: Av opplysningene i oppgaven får vi at $R_1 = \frac{1}{2} \cdot 0.04 \text{ m} = 0.02 \text{ m}$, og at $R_2 = 0.02 \text{ m} + 0.03 \text{ m} = 0.05 \text{ m}$. Da blir varmestrømmen gjennom isolasjonen

$$H = \frac{2\pi \cdot 0.010 \text{ W}/(\text{m} \cdot \text{K}) \cdot 5.0 \text{ m} \cdot (100^\circ\text{C} - 6^\circ\text{C})}{\ln\left(\frac{0.05}{0.02}\right)} = \underline{\underline{32 \text{ W}}}.$$