

Oppgave 10.1:

- a) Den samlede varmemengden som må tilføres er

$$\begin{aligned} Q &= c_{\text{is}} \cdot m \cdot (0^\circ\text{C} - T_{\text{is}}) + l \cdot m + c_{\text{vann}} \cdot m \cdot (T_{\text{vann}} - 0^\circ\text{C}) \\ &= m(c_{\text{is}} \cdot (0^\circ\text{C} - T_{\text{is}}) + l + c_{\text{vann}} \cdot (T_{\text{vann}} - 0^\circ\text{C})) \\ &= 0.600\text{kg} (2100\text{J}/(\text{kgK})(0 - (-20))\text{K} + 334 \cdot 10^3\text{J}/\text{kg} + 4190\text{J}/(\text{kgK})(30 - 0)\text{K}) \\ &= 0.600\text{kg} \cdot (42000 + 334 \cdot 10^3 + 125700)\text{J}/\text{kg} \\ &= \underline{301000\text{J}} \end{aligned}$$

Med et 200 Watts varmeelement har vi at

$$P = \frac{Q}{t} \Leftrightarrow t = \frac{Q}{P} = \frac{301000\text{J}}{200\text{J/s}} = 1505\text{s} = \underline{\underline{25\text{ min } 05\text{ s}}}$$

- b) I løpet av 5 minutter avgir varmeelementet en varmemengde

$$Q_{\text{total}} = P \cdot t = (200\text{J/s}) \cdot (5 \cdot 60\text{s}) = \underline{60000\text{J}}$$

For å varme opp all isen til smeltepunktet trengs en varmemengde på

$$\begin{aligned} Q_{\text{is}} &= c_{\text{is}} \cdot m \cdot (0^\circ\text{C} - T_{\text{is}}) = 2100\text{J}/(\text{kg} \cdot \text{K}) \cdot (0.600\text{kg}) \cdot (0 - (-20))\text{K} \\ &= \underline{25200\text{J}} \end{aligned}$$

Det gjenstår da til smelting av is

$$Q = Q_{\text{total}} - Q_{\text{is}} = 60000\text{J} - 25200\text{J} = \underline{34800\text{J}}$$

Denne varmemengden smelter

$$m = \frac{Q}{l} = \frac{34800\text{J}}{334 \cdot 10^3\text{J}/\text{kg}} = \underline{0.10\text{kg}}$$

Etter 5 minutter har vi altså 0.10 kg vann og $0.60\text{kg} - 0.10\text{kg} = 0.50\text{kg}$ is i termosflasken, med felles temperatur 0°C .

Oppgave 10.2:

- a) For å smelte all isen, trengs en varmemengde

$$Q_{\text{smelte}} = l_{\text{is}} \cdot m_{\text{is}} = 334 \cdot 10^3\text{J}/\text{kg} \cdot 0.250\text{kg} = \underline{83500\text{J}}$$

Dersom all dampen kondenseres og deretter kjøles ned til 0°C , avgis en varmemengde

$$\begin{aligned} Q_{\text{damp}} &= m_{\text{damp}} (l_{\text{damp}} + c_{\text{vann}} \cdot \Delta T) \\ &= 0.035\text{kg} \cdot (2256 \cdot 10^3\text{J}/\text{kg} + 4190\text{J}/(\text{kg} \cdot \text{K}) \cdot 100\text{K}) = \underline{93625\text{J}} \end{aligned}$$

Dampen avgir altså mer enn nok varme til å smelte all isen til vann.

- b) Vi har allerede sett at all isen smelter til vann. For å finne temperaturen i vannet, finner vi først «overskuddsvarmen» som brukes til å varme opp vannet:

$$\Delta Q = Q_{\text{damp}} - Q_{\text{smelte}} = 93625\text{J} - 83500\text{J} = \underline{10125\text{J}}$$

Det er nå enklest å tenke seg at alt vannet først avkjøles til 0°C og deretter varmes opp til en fellestemperatur T . Da får vi:

$$\begin{aligned} \Delta Q &= c_{\text{vann}} \cdot (m_{\text{vann}} + m_{\text{is}} + m_{\text{damp}}) \cdot (T - 0^\circ\text{C}) \\ 10125\text{J} &= 4190\text{J}/(\text{kg} \cdot \text{K}) \cdot (0.400 + 0.250 + 0.035)\text{kg} \cdot T \\ T &= \frac{10125\text{J}}{2870\text{J}/\text{K}} = \underline{\underline{3.5^\circ\text{C}}} \end{aligned}$$

Oppgave 10.3:

Når alt vannet er avkjølt til 0°C , vil vannet ha avgitt en varmemengde

$$Q_v = c_v m_v (T_v - T_0) = 4190 \cdot 0.600 \cdot (21 - 0) \text{ J} = \underline{52794 \text{ J}}.$$

Når all isen er varmet opp til 0°C , vil isen ha mottatt en varmemengde

$$Q_{is} = c_{is} m_{is} (T - T_{is}) = 2100 \cdot 0.400 \cdot (0 - (-24)) \text{ J} = \underline{20160 \text{ J}}.$$

Det gjenstår da en varmemengde

$$\Delta Q = Q_v - Q_{is} = 52794 \text{ J} - 20160 \text{ J} = \underline{32634 \text{ J}}.$$

Dersom all isen skal smelte, kreves en varmemengde på

$$Q = m_{is} \cdot l_{is} = 0.400 \cdot 334 \cdot 10^3 \text{ J} = 133600 \text{ J}.$$

Vår tilgjengelige varmemengde er mye mindre, slik at vi ender opp med en blanding av is og vann med temperatur 0°C .

Vi kan kun smelte en ismengde

$$m = \frac{\Delta Q}{l_{is}} = \frac{32634 \text{ J}}{334 \cdot 10^3 \text{ J/kg}} = \underline{0.098 \text{ kg}}.$$

Beholderen vil altså inneholde

$$(0.400 - 0.098) \text{ kg} = \underline{0.302 \text{ kg is}}.$$

$$(0.600 + 0.098) \text{ kg} = \underline{0.698 \text{ kg vann}}.$$

Oppgave 10.4:

a) Først må isen varmes opp til 0°C , deretter må den smeltes til vann ved 0°C , som til slutt varmes opp til vann ved 80°C :

$$\begin{aligned} Q &= m \cdot c_{is} (0^{\circ}\text{C} - (-30^{\circ}\text{C})) + m \cdot l_{is} + m \cdot c_{\text{vann}} (80^{\circ}\text{C} - 0^{\circ}\text{C}) \\ &= 0.300 \text{ kg} (1950 \text{ J}/(\text{kg} \cdot \text{K}) \cdot 30 \text{ K} + 334.4 \cdot 10^3 \text{ J/kg} + 4218 \text{ J}/(\text{kg} \cdot \text{K}) \cdot 80 \text{ K}) \\ &= \underline{219.1 \cdot 10^3 \text{ J}} \end{aligned}$$

b) Det vil skje en varmeovergang fra vannet til isen, slik at isen varmes opp. Dette fører til at vann fryser. I utgangspunktet vet vi ikke om alt vannet vil fryse, og hvilken temperatur vi da eventuelt vil få. Jeg prøver meg fram:

- Dersom 86 gram is skal varmes opp fra -30°C til 0°C , trengs en varme på $0.086 \text{ kg} \cdot 1950 \text{ J}/(\text{kg} \cdot \text{K}) \cdot 30 \text{ K} = \underline{5031 \text{ J}}$.

- Dersom 1.00 kg vann ved 0°C fryser til is ved 0°C , avgis en varme på $1.00 \text{ kg} \cdot 334.4 \cdot 10^3 \text{ J/kg} = \underline{334400 \text{ J}}$.

Vi ser at det er ikke nødvendig å fryse alt vannet til is for å varme opp all isen fra -30°C til 0°C . Den vannmengden m som må fryse (og dermed avgi varme), er gitt ved

$$m \cdot 334.4 \cdot 10^3 \text{ J/kg} = 5031 \text{ J} \Leftrightarrow m = \frac{5031 \text{ J}}{334.4 \cdot 10^3 \text{ J/kg}} = \underline{0.015 \text{ kg}}.$$

Vi konkluderer da med at når systemet er i termisk likevekt, har vi:

- $(0.086 + 0.015) \text{ kg} = 0.101 \text{ kg is}$

- $(1.000 - 0.015) \text{ kg} = 0.985 \text{ kg}$ vann
- Fellestemperatur 0°C

Oppgave 10.5:

For å smelte 0.50 kg is ved 0°C til 0.50 kg vann ved 0°C , trengs en varmemengde

$$\Delta Q = L \cdot m = 334 \cdot 10^3 \text{ J/kg} \cdot 0.50 \text{ kg} = \underline{167 \cdot 10^3 \text{ J}}.$$

Videre er varmefluksen

$$\frac{\Delta Q}{\Delta t} = k \cdot A \cdot \frac{T_H - T_C}{d} \Leftrightarrow \frac{167 \cdot 10^3 \text{ J}}{(15 \cdot 60 + 30) \text{ s}} = k \cdot 0.010 \text{ m}^2 \cdot \frac{100^\circ \text{C} - 0^\circ \text{C}}{4.0 \cdot 10^{-3} \text{ m}}$$

$$\Leftrightarrow 180 \text{ W} = k \cdot 250 \text{ K} \cdot \text{m} \Leftrightarrow k = \frac{180 \text{ W}}{250 \text{ K} \cdot \text{m}} = \underline{\underline{0.72 \text{ W}/(\text{K} \cdot \text{m})}}$$